

算数における代表値の導入教材の検討

竹間 光宏

(京都教育大学附属京都小中学校)

A Study of Introductory Teaching Material of Representative Value

in Primary School Mathematics

Mitsuhiro CHIKUMA

2019年11月29日受理

抄録：本稿の目的は、中学校数学から小学校算数への移行内容である代表値に関して、子どもがどのような認識をもち、どのような導入教材が有効であるかを検討することである。そのために、国立大学附属小中学校7年生（中学1年生）を対象とした過去の授業実践について再度考察した。その結果、子どもは言葉や意味は知らなくとも、これまでの経験から代表値に関しての認識をもっていることがわかった。そして、それらを詳しく学習する前に、様々な代表値を用いることができる導入教材を使った授業を行うことで、統計の学習内容に関する価値観の変容も見られた。

キーワード：代表値，統計的問題解決，PPDAC サイクル，メタ認知

I. 研究意図

新学習指導要領（文部科学省，2017a；2017b）において、算数と数学を一貫した「データの活用」領域が新設された。例えば、算数においては、「日常生活の問題解決のために、データの特徴や傾向などに着目して捉え、根拠を基に筋道立てて考えたり、統合的・発展的に考えたりすること」という数学的な見方・考え方に着目して、「①目的に応じてデータを収集、分類整理し、結果を適切に表現すること」、「②統計データの特徴を読み取り判断すること」という2つの観点から内容が整理されている（文部科学省，2017a：67）。そして、第6学年には、現行では中学校第1学年の学習内容であった代表値の意味や求め方が移行され、さらに目的に応じた統計的な問題解決の方法についても学習することとなった。本領域の学習では、確定事象のみならず不確定事象も考察対象とするため、代表値を用いて資料を整理する技能だけでなく、それらを積極的に活用して意思決定を行おうとする態度を育成することが必要となる。

しかし、実際にどのような教材を用いて授業実践を行っていけばよいのかは不透明である。これまでも小学校算数において、各種グラフのかき方やよみ方、測定値の平均やヒストグラムなどの知識や技能に関する学習は行われてきたが、実情はまだ知識の獲得や技能の習得に重点が置かれていた。例えば、計算によって代表値を求めることはできるが、それらがその状況で示す意味が掴めていない子どもや、手順に沿って度数分布表やヒストグラムをかくことはできるが、それを使って自分の主張を説明できない子どもを目の当たりにしてきた。様々な実践例（e.g. お茶の水女子大学附属学校園連携研究算数・数学部会，2018）が報告されている中で、特に算数での教材に関しては早急に研究を進めていくべき課題である。

したがって、本稿の目的は、中学校数学から小学校算数への移行内容である代表値に関して、子どもがどのような認識をもち、どのような導入教材が有効であるかを検討することである。そのために、国立大学附属小中学校7年生（中学1年生）を対象とした過去の授業実践について再度考察し、今後の算数における代表値の導入教材に関する示唆を得る。

Ⅱ. 理論的背景：PPDAC サイクルとメタ認知

1. PPDAC サイクル

高度情報化社会のみならず、Society 5.0 の実現に向けて、近年はより一層データの扱いが重要視されている。「データの活用」領域の新設はそういった社会背景からきているといえ、統計的な問題解決の方法について身に付けることが求められている。統計的な問題解決とは、『問題—計画—データ—分析—結論』の5つの段階を経て問題解決すること（文部科学省，2017a：272）であり、この統計的探究プロセスは、それぞれの頭文字をとって PPDAC サイクルと呼ばれている（Wild & Pfannkuch, 1999：226）。その過程は一方向に進んでいくものではなく、相互に関連し、行き来しながら進むものであり、これは他教科や今後の社会生活でも活用される重要なプロセスである。本稿で着目している代表値は、特にデータを分析し結論を出す場面で活用され得るものであり、データの特徴を知るために有効に働く。一方、Wild & Pfannkuch（1999）が示した PPDAC サイクルは、統計的思考力を捉えたものの1つ（次元1）であり、「次元1 探求サイクル（investigative cycle）」、「次元2 思考の型（types of thinking）」、「次元3 尋問サイクル（interrogative cycle）」、「次元4 態度（disposition）」の4つの次元（図1）からなる（栢元，2018：167-168）。特に次元4「態度」が示されているように、PPDAC サイクルを動かすためには、知識や技能だけでなく、その問題解決者自身のもつ性質も影響するものであると考えられる。

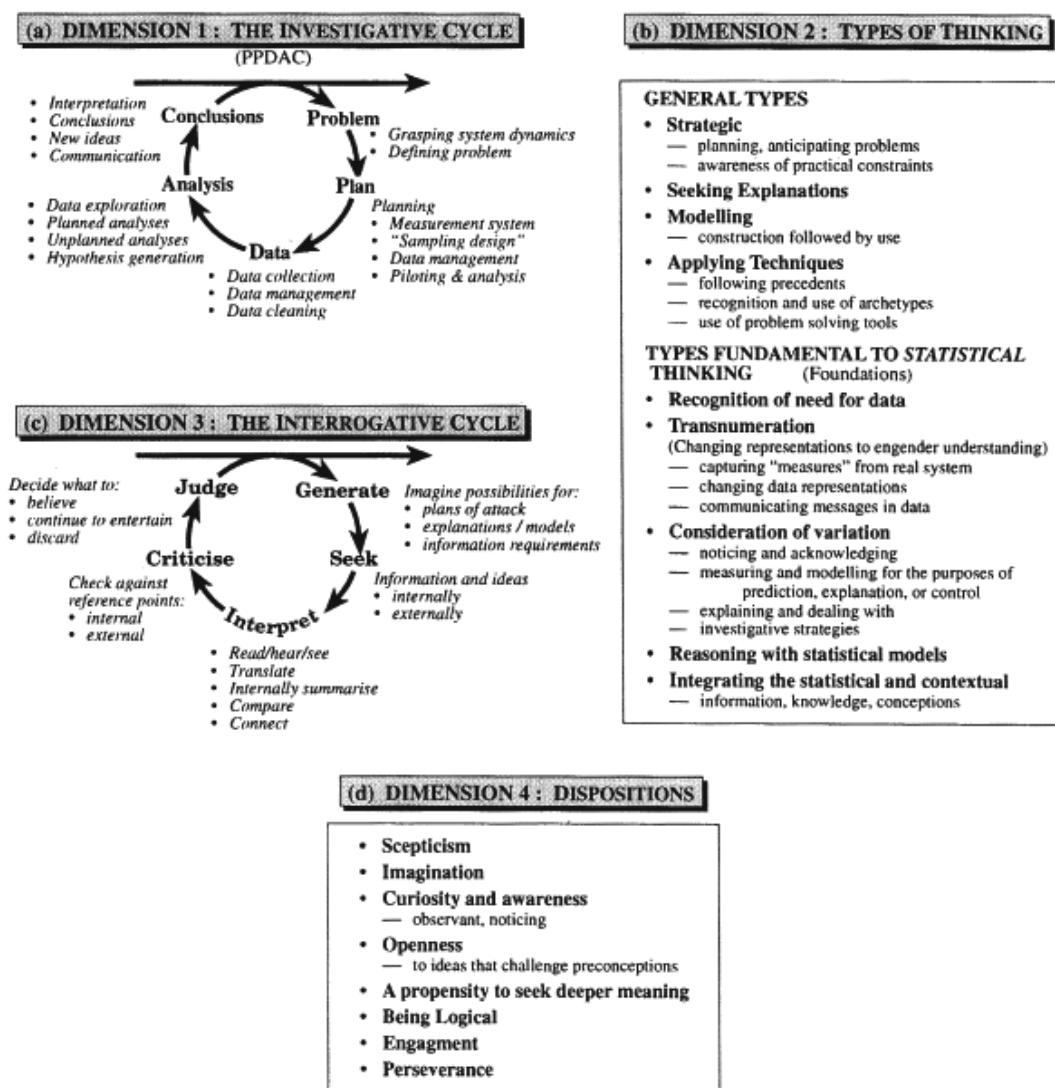


図1 統計的思考力の4次元の枠組み (Wild & Pfannkuch, 1999：226)

2. メタ認知

杢元（2018：169）は、数学的モデリングのサイクルと統計的探求プロセスの関連付けとして、数理科学的モデル化過程（図2）を提案している。このモデルの特徴として、「メタ認知（メタ認知的知識・メタ認知的活動）」の働きが明記されていることが挙げられる。竹間（2018a）では、重松（1990：77）のメタ認知の定義を引用し、メタ認知をメタ認知的技能とメタ認知的知識の2つで捉え、問題解決過程においてまずメタ認知的技能を働かせ、自らの持つメタ認知的知識に基づいて認知的活動を実行しているもの（図3）とし、子どものメタ認知的知識の重要性について指摘している。本研究においても、Wild & Pfannkuch（1999）の態度、杢元（2018）の数理科学的モデル化過程を念頭におきながら、本導入教材によって肯定的なメタ認知的知識を獲得していくという立場から、代表値の導入教材に関する考察を進めていく。

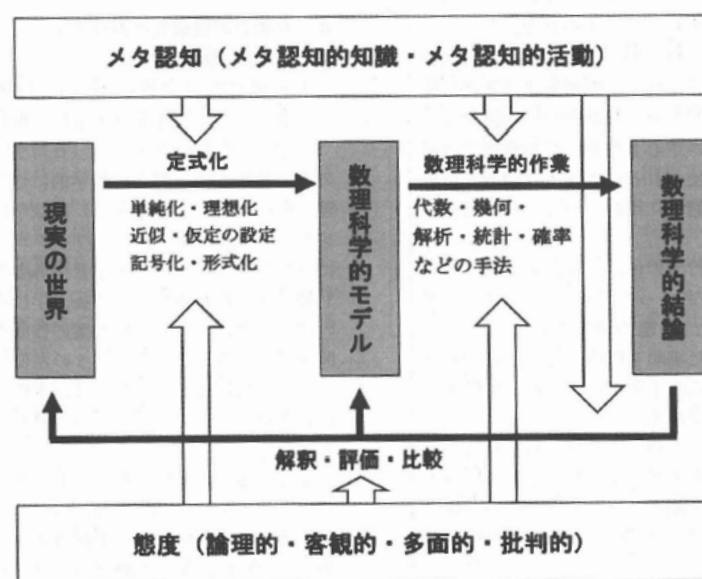


図2 数理科学的モデル化過程（杢元，2018：169）

情報処理行動

（行動する自己）

（もう一人の自己『他自己』）

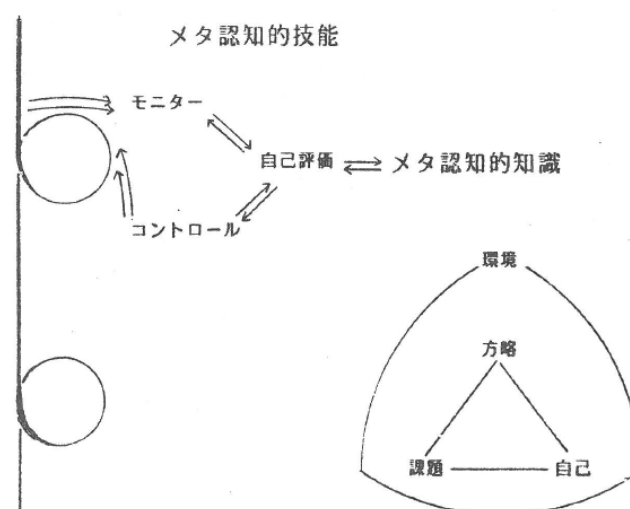


図3 認知とメタ認知の関係図（重松，1987）

Ⅲ. 授業実践：「テニスのリターンの練習法」

1. 概要

(1) 対象と時期

2016年2月12日、国立大学附属小中学校7年生（中学校1年生）を対象に実践した（京都教育大学附属京都小中学校，2016）。7年生の「資料の活用」の学習の第1時に設定したため、中学校での新たな学習内容は未習の段階である。

(2) 本授業の目標と教材

本授業の目標は、効率の良いテニスのリターンの練習法について、平均値だけではなく多様な視点からデータをよみ解き、それらを根拠として他者へ論理的に説明することである。

本授業で扱う題材「テニスのリターンの練習法」（図4）は、テニス部に所属している設定の中で、後輩の次の対戦相手のサーブの速度データを基に、効率良く練習するためにはどの速度に焦点をあてて練習するのがよいのかを判断し、後輩が納得するように根拠を基に説明することが求められる題材である。サーブの速度のデータはフラットサーブ（スピンなしのサーブ）のみとし、速度やコースが指定できる練習マシンがあるものとして、球種やコースが限定された状況を設定した。

あなたはA選手のサーブの速度に関するデータを調べました。
次のデータは、A選手が前の試合で打ったフラットサーブのデータ（km/h）です。

121 81 131 133 82 133 122 87 124 126 89 126 133 133 135
140 135 87 136 80 127 87 133 85 133 129 80 133 136 87

Q. A選手との対戦を想定した実戦的な練習をするためには、
どんな速度のサーブを返球する練習をすれば良いでしょうか？
後輩にわかりやすいように、データを基に説明しましょう。

図4 「テニスのリターンの練習法」

(3) 本授業実践の意図

資料の傾向を読み取る場合、真っ先に算数で学習し日常的にも使用することの多い平均の考えを用いることが考えられる。しかし、平均値だけでなく中央値、最頻値といった代表値を用いてより資料の特徴を掴むことは大変重要であり（cf. 文部科学省，2008：77-81）、データをいくつかの観点から多面的に見ることができるようにしていくことが必要である（e.g. 永田，2018；夏坂，2018）。本時で扱うデータは、分布が二つに分かれるもの（図5）であり、全体の平均値は意味を持たず、他の要因に着目する必要がある。そこではその値を含めるかどうかや、データを二つに分けて考えるかどうかなど、多様な視点が存在している。このように、スポーツの記録という不確実性のあるもので、そのデータを基にして練習方法を判断する上ではただ1つの正しい解答は存在しない。そのため、いかに他者を納得させる説明をすることができるかを考え、自分の主張の根拠を明確にして説明をより妥当なものとするために、統計的な知識や考え方を取り入れる必要がある。

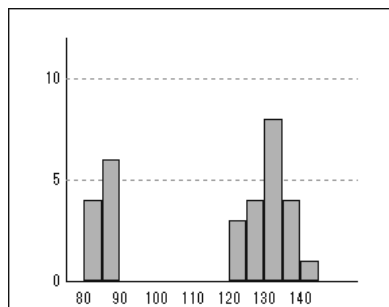


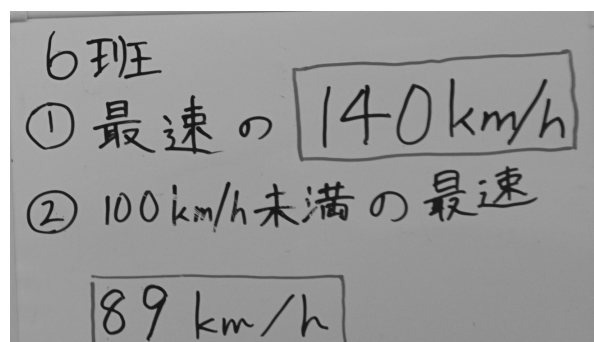
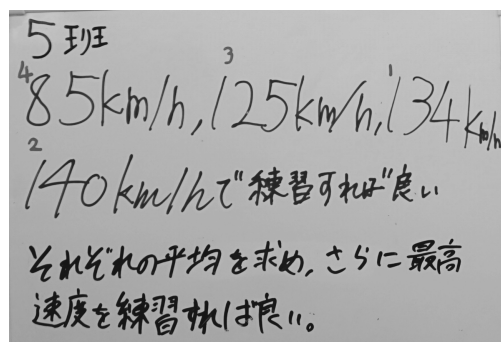
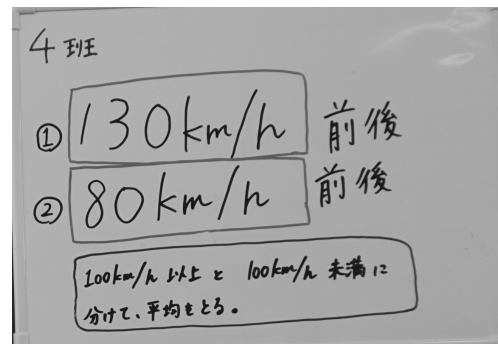
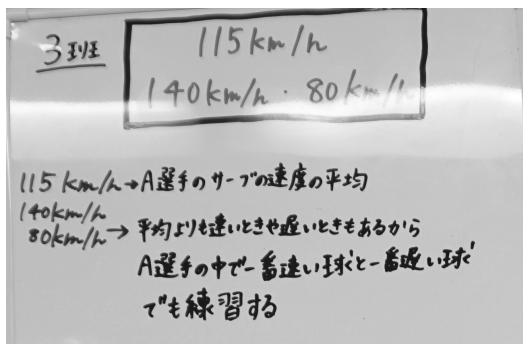
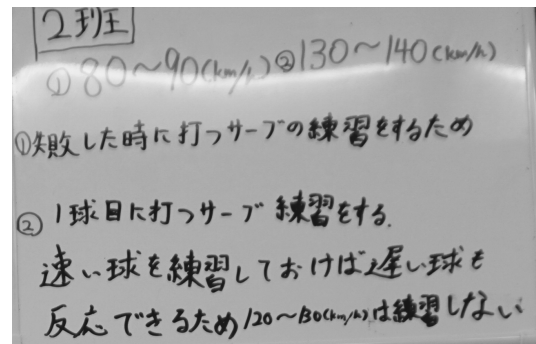
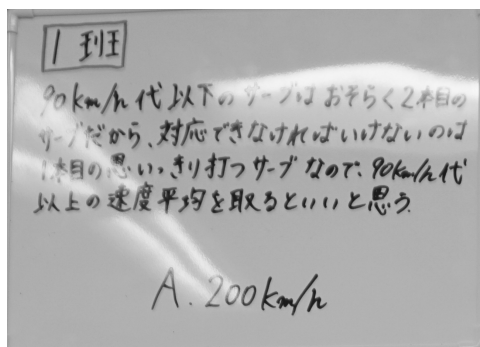
図5 すべてのデータでのヒストグラム

算数・数学の学習を通して平均値以外の代表値についての知識を得るだけでなく、実際に様々な場面で活用することができるようにするために、平均値だけにとらわれてはいけなことを、実感を持って必要性を感じた上で学習することが有効であると考え。したがって、代表値や資料の散らばりなどを学習した後の活用場面ではなく、それらを学習する前の単元の導入場面において、これまでの算数学習や日常生活で得た知識のみを用いて、データをよみ解き意思決定を行うように本授業を設計した。本授業によって、これまでの平均値のみに根拠を求める子どもの固定観念にゆさぶりをかけ、より多様な視点を持つことができるようにしたい。

2. 実践記録

実際の授業場面では、想定通りまずはほぼすべての子どもが電卓を使って平均値を求める姿があった。その後班での話し合いや教師の声かけによって、全体の平均だけではいけないことに気付き、班ごとに試行錯誤して結論を導いた。それぞれの結論としては、「データの中で一番多い 133km/h のサーブを練習する」といった最頻値に着目した考えや、「最速の 140km/h のサーブを練習する」といった最大値に着目した考え、「100km/h で分けてそれぞれの平均をとる」といった平均値の取り方を工夫した考えなど、多様な考えが示された。さらにある班では、「平均よりも速いときや遅いときもあるから A 選手の中で一番速い球と一番遅い球でも練習する」として、全体の平均値である 115km/h、最大値の 140km/h、最小値の 80km/h の 3 つを示していた。この考えはデータの幅に着目した考えとして今後の学習への足がかりとなるものと捉えている。それぞれの班の結論と授業後の生徒の振り返り（一部）は以下の通りである。

(1) 班ごとの結論



(2) 授業後の生徒の振り返り (一部)

【授業の振り返り】

同じデータを聞いて考えているのに7つの国王で大きく違う意見や考えが出てきたのに覚いた。また、違う視点が見ることによってこんなに違う意見が出てくるのかということがいなかった。
平均だけで決めることはできないと思った。

【授業の振り返り】

平均の速度がA選手の打ったものの中にないのに出たから、全てのものごとで平均を出すのはいいと思うけど、すぐにその平均を結論として出すのはあまりよくないと思った。
たぶん、データは、一つ一つも意識するのがいいと思った。

【授業の振り返り】

同じデータでも様々な見方ができるのだと思った。
1方向からしか見ていなかったが、様々な方向から見たらまたちがうわけかたかいていえると思うのでそれを見て適した答えがでれば良いと思う。

IV. 考察

1. 成果

(1) 既存の認識

想定通りはじめは全体の平均値へ着目していたが、班での話し合いや教師の声かけによって、「いくつかに分けた上での平均の速度」、「一番遅い・速い速度」、「一番多い速度」、「速度の幅」など、多面的な見方へと広がった。すなわち、代表値の学習をはじめ今後データを扱っていく上で基盤となる認識を、これまでの算数・数学学習や日常生活を通して子どもが無意識でも持っている様子が見られた。これは今後のよりよい学習への素地であるといえ、代表値の知識や技能を順番にただ与えるのではなく、こうした子どもの既存の認識を生かすような題材設定や授業展開を行うことが有効であると考ええる。

(2) 価値観の変容

授業後の振り返りからは、子どもの価値観の変容が見られた。例えば、「違う視点から見ることによってこんなに違う意見が出るのかということが分かった」、「すぐにその平均を結論として出すのは、あまりよくないと思った。」、「同じデータでも様々な見方ができるのだと思った。1方向からしか見ていなかったが、様々な方向から見たらまたちがうわけかたかいていえると思うのでそれを見て適した答えがでれば良いと思う。」という記述は、意思決定の際に多面的な視点で考えることや根拠を大切にすることへの契機であると考えられる。これらが子どもの中に肯定的なメタ認知的知識として残ることで、主体的な取り組み、積極的な知識の活用、多面的な見方による考察など、より良い統計的問題解決へと繋がっていくと考える。

2. 課題

(1) 題材の条件設定の曖昧さ

本時の解答として1つの速度に絞るのか何種類かの速度を踏まえた練習方法を示すのか、競技自体の特性としてはどういった戦術が有効であるのかなど、題材の条件設定に曖昧さが残り、不必要な混乱を招いてしまった。テニスという競技自体の経験によっても考えの土台が変わってくるため、授業クラスの子どもや担任の実態に応じて事前の設定を考慮していく必要がある。

(2) オープンエンドによる混乱

本授業実践ではあまり大きな混乱は起こらなかったが、本題材は最終的に1つの速度に集約されるようなクロードなものではないため、生徒に混乱が生じることが想定される。その原因としては、それまでの算数・数学学習の中でどれだけオープンエンドの問題を経験してきたか、算数・数学に対するどのような価値観を持っているかによるものだと考える。本題材もこういった価値観を変容させるものの1つであるが、特にまだ経験の少ない小学校算数での実践では注意が必要であると考ええる。

V. まとめと今後の課題

本授業を通して、子どもは言葉や意味は知らなくとも、これまでの経験から代表値についての認識をもっていることがわかった。そして、それらを詳しく学習する前に、様々な代表値を用いることができる導入教材を使った授業を行うことで、統計の学習内容に関する価値観の変容も見られた。特に、「同じデータでも様々な見方ができるのだと思った。1方向からしか見ていなかったが、様々な方向から見たらまたちがうわけかたができると思うのでそれを見て適した答えがだせれば良いと思う。」という授業後の生徒の振り返りの記述にみられるように、意思決定の際に多面的な視点で考えることや根拠を大切にすることへと繋がる示唆が得られた。これは今後の学習への意欲や定着という面でも有効なものであると考ええる。

本授業では題材の条件設定が甘く、7年生で学ぶ統計の言葉や概念も未習の状態であるため、解答の仕方やその根拠として不十分な面も多かった。しかし、題材の条件設定をより密なものにしながら、導入と同じ題材を用いて学習を進めた後に再度考察することで、より深い議論を行うこともできると考える。また、本授業の子どもの学習状況を踏まえると、同様の教材によって6年生においても実践可能であると予想される。ゆえに、今後は本研究によって得られた示唆を基に、算数での実践も行っていきたい。

付記

本研究は、京都教育大学 平成31年度教育研究改革・改善プロジェクト「統計的問題解決を促す算数教材の開発」(研究代表 竹間光宏)の支援を受けている。また本稿は、「京都教育大学附属京都小中学校(2016)『平成27年度京都教育大学附属京都小中学校教育実践研究協議会 公開授業指導案』, 45-49.」における授業実践及び「竹間光宏(2018b)「資料の活用」の導入の実践報告—代表値の算数への移行に向けて—」, 日本数学教育学会誌『第100回大会特集号』, 411.」における発表内容を大幅に加筆・修正したものである。

引用・参考文献

- 竹間光宏(2018a)「算数・数学教育の接続に関する一考察—メタ認知的知識への着目—」, 京都教育大学『教育実践研究紀要』, 233-238.
- 竹間光宏(2018b)「資料の活用」の導入の実践報告—代表値の算数への移行に向けて—」, 日本数学教育学会誌『第100回大会特集号』, 411.
- 京都教育大学附属京都小中学校(2016)『平成27年度京都教育大学附属京都小中学校教育実践研究協議会 公開授業指導案』, 45-49.
- 松元新一郎(2018)「統計教育の立場からみた数学的モデリングサイクルのあり方」, 日本数学教育学会『第6回 春期研究大会論文集』, 167-172.
- 文部科学省(2008)『中学校学習指導要領解説 数学編』.
- 文部科学省(2017a)『小学校学習指導要領(平成29年告示)解説 算数編』.
- 文部科学省(2017b)『中学校学習指導要領(平成29年告示)解説 数学編』.
- 永田美奈子(2018)「教科書教材の授業構成の可能性を探る」, 日本数学教育学会誌『算数教育』100(6), 41-45.
- 夏坂哲志(2018)「データの活用」の授業(小学校)をどうつくるか」, 日本数学教育学会誌『算数教育』100(6), 29.
- お茶の水女子大学附属学校園連携研究算数・数学会編著(2018)『「データの活用」の授業 小中高の体系的指

導で育てる統計的問題解決力』, 東洋館出版社.

重松敬一 (1987) 「数学教育におけるメタ認知の研究」, 西日本数学教育学会 第33回研究発表会 発表資料.

重松敬一 (1990) 「メタ認知と算数・数学教育—「内なる教師」の役割—」, 平林一榮先生頌寿記念出版会編『数学教育学のパースペクティブ』, 聖文社, 76-105.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.