

授業デザインにおける
数学的な思考力の組み込み
—中学校「正の数・負の数」を事例として—

京都教育大学大学院 連合教職実践研究科
教職実践専攻 授業力高度化コース
156011 高田 泰啓

授業デザインにおける数学的な思考力の組み込み —中学校「正の数・負の数」を事例として—

高田 泰啓

授業力高度化コース

要約：本研究は、中学校数学科において数学的な思考力を育むための有用な授業デザインのあり方を示唆するものである。そのために数学的な思考力の概念を、数学的な考え方と問題解決過程を融合させた新たなものとして定義した。

また実践では、数学的な思考力を問うレディネステストより、生徒の実状を把握することにした。そして、単元「正の数・負の数」の授業実践を教材と発問を中心に分析した。単元末にはレディネステストの類似問題を扱ったテストを実施し、二つのテストの結果の推移より、自らの授業実践が数学的な思考力の育成に結び付いたかを検討する。そして、分析の結果を基に、数学的な思考力を育むために有用な授業デザインを示唆した。

キーワード：数学的な思考力、数学的な考え方、問題解決、

授業デザイン、レディネステスト、正の数・負の数

1. 研究の背景

OECD（経済協力開発機構）の PISA 調査（2003）をはじめとする国際的な学力調査等では、日本の児童生徒は「思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式問題、知識・技能を活用する問題」が課題の一つとして指摘されている。それゆえに、平成 20 年に改訂された『中学校学習指導要領数学編』（2008）では、こうした指摘への改善の基本方針として以下のように述べている。

（7）基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする

（9）数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすもの（3 頁）

これらから分かるように、変化が激しい現代社会を生き抜く上で、数学的な思考力は重要な役割とされており、その育成が求められている。

また、筆者は大学院 1 回生の時の教職専門実習 I で、単元「2 乗に比例する関数」の授

業実践を行った。その際、関数関係やグラフから特徴を考えたり判断したりできる生徒が少ない印象であった。この能力は、数学¹を活用する上で重要なものであり、数学科の目標を達成するためにも、数学的な思考力を育てる必要性を感じた。

これらを受け、筆者は大学院2回生の時の教職専門実習Ⅱにおいて、中学校第1学年に対して数学的な思考力を問うレディネステストを行った（詳細は4.1.）。結果は、平均正答数が4問中1.2問（30％）であった。実習校の学力水準は高く、解答するのに十分な知識・技能があったと予想される。しかし、その知識・技能を活用できる生徒が少なく、事象を数学的に思考する点において課題が見受けられた。この結果を受け、数学的な思考力を育むためには、それに伴った授業デザインが必要であると筆者は考える。本研究では、単元「正の数・負の数」の授業実践を通して、数学的な思考力を授業デザインの中にどのように組み込むかを検討したい。

2. 研究の目的と方法

本研究の目的は、数学的な思考力を育むために、有用な授業デザインを検討することである。

そのため、はじめに数学的な思考力が何かを明らかにする。次に、それを基に行った授業実践を教材と発問に着目して、分析・考察する。そして、単元末に行ったレディネステストの類似問題を扱ったテスト（以下、確認テスト）の結果から、単元を通して数学的な思考力が組み込めた授業だったのかを検討する。また、授業実践の分析・考察から教材や発問の特性・特徴を明らかにし、数学的な思考力を組み込む際の授業デザインのあり方や改善の方向性を示唆する。

3. 数学的な思考力について

「数学的な思考力」の概念を明らかにするにあたって、これまでの学習指導要領や次期学習指導要領、先行研究で取り上げられている「数学的な考え方」を基に検討したい。

3.1. 学習指導要領における「数学的な考え方」

「数学的な考え方」は、1958年改訂の高等学校学習指導要領で初めて明示的に述べられた。そして、2008年改訂の現行学習指導要領に至るまで、算数・数学科で育成すべき資質・能力とされている。つまり、数学的な考え方は日本の算数・数学科教育にお

¹ 数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則、数学的な表現や処理の仕方、事象を数理的に考察し表現する能力（文部科学省『中学校学習指導要領解説数学編』）

いて、長年の間重視されている資質・能力の一つだと言える。

また、2008 年の現行学習指導要領では、目標に「事象を数理的に考察し表現する能力を高める」や「それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」と述べられている。いずれも、数学を発展的に考えることや適切に活用することが、目標として掲げられた。このように数学的な考え方は、知識・技能を基盤として行われる考えの運用であると言える。

さらに、算数・数学ワーキンググループ²（以下、算数・数学 WG）では、算数・数学の学習指導要領改訂の方向性の検討が行われている。算数・数学 WG では、育成すべき資質・能力の一つとして、「知っていること・できることをどう使うか（思考力・判断力・表現力等）」を掲げている。このように数学的な考え方・思考力は、数学を活用して論理的に考察する力として育成すべき資質・能力である。

3.2. 先行研究における「数学的な考え方」

1958 年改訂の高等学校学習指導要領において「数学的な考え方」が明示されて以来、日本の数学者、算数・数学教育者は長年にわたり、「数学的な考え方」の概念を創り上げてきた。その中でも、数学的な考え方の代表的な研究者である中島健三および、片桐重男の考えを参照したい。

3.2.1. 中島健三の「数学的な考え方」

中島（1981）は、数学的な考え方の育成を「算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にできるようにすること」とした。このように中島（1981）は、数学的な考え方を育成する上で、創造的であることの重要性を述べている。そこで、数学にふさわしい創造的な活動が持つべき構造について、次のように提示した。

- ①課題を、簡潔、明確、統合などの観点をふまえて把握すること
- ②仮想的な対象の設定とその実在化のための手法
- ③解決の鍵としての「数学的なアイデア」の存在と意識化
- ④構造の認識と保存一特に、拡張・一般化による創造の手法と論理
- ⑤評価—解決の確認とその真価の感得、残された問題点と発展への志向

しかし、②と④については、指導内容によって表面上に現れにくいものであることを指摘し、うまくできれば望ましいと位置づけた。一方で、①、③、⑤については、指導内容に関わらずはっきりさせるべき点であるとした。

²平成 28 年 5 月末までで合計 8 回開催された。

さらに、この創造的な活動を行う過程において、必然的にいくつかの推論が行われることを指摘した。そして、「演繹、帰納、類推による推論」が論理的な考えの支えになるとし、重要視した。

3.2.2. 片桐重男の「数学的な考え方」

片桐（2004）は、問題解決における数学的な考え方の概念について、二つの力を提示した。すなわち、知識や技能を導き出す力（guiding forces）と知識や技能を駆り出す原動力（driving forces）である。そして、知識や技能を導き出す力（guiding forces）を「Ⅱ．数学の方法に関係した数学的な考え方」、「Ⅲ．数学の内容に関係した数学的な考え方」とし、知識や技能を駆り出す原動力（driving forces）を「Ⅰ．数学的な態度」とカテゴライズした。さらに、このⅠ～Ⅲを表1のように外延的に精緻化した。

表1 問題解決における数学的な考え方（片桐 2004 より筆者作成）

driven forces	Ⅰ．数学的な態度 ①自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする ②筋道の立った行動をしようとする ③内容を簡潔明確に表現しようとする ④よりよいものを求めようとする
guiding forces	Ⅱ．数学の方法に関係した数学的な考え方 ①帰納的な考え方 ②類推的な考え方 ③演繹的な考え方 ④統合的な考え方 ⑤発展的な考え方 ⑥抽象化の考え方（抽象化、具体化、条件の明確化の考え方） ⑦単純化の考え方 ⑧一般化の考え方 ⑨特殊化の考え方 ⑩記号化の考え方 ⑪数量化、図形化の考え方
	Ⅲ．数学の内容に関係した数学的な考え方 ①集合の考え ②単位の考え ③表現の考え ④操作の考え ⑤アルゴリズムの考え ⑥概括的把握の考え ⑦基本的性質の考え ⑧関数的な考え ⑨式についての考え

3.3. 筆者が考える「数学的な思考力」

「数学的な考え方」は歴史的に考察されてきており、その中で徐々に明確化されてきた。また、「数学的な考え方」と一言で表しても、そこに内包される要素は様々である。以上より、筆者が「数学的な思考力」を考えるにあたって、「数学的な思考力」が「数学的な考え方」の中でどのように位置づけされるのかを検討したい。そして、数学的な思考力を定義するにあたり、次の2点のように考えた。

第一に、片桐（2004）の数学的な考え方の精緻化を基にする。筆者は数学的な思考力の位置づけを考える際に、片桐（2004）を参考に、図1のように定めた。なぜならば、数学的な態度をはじめ、数学的な技能や知識、経験等は、数学的な思考力を土台として支える要素だと筆者は考えるからである。そして、解答への道筋（計画）を論理的にたどること

は、問題解決に必要な知識や技能に気づき、それを導き出す力（guiding forces）として位置づけられるべきである。なお、図1で「Ⅲ. 数学の内容に関係した数学的な考え方」を数学的な思考力として捉えなかった理由は、数学的な思考力は授業の単位によって変化すると考えられるからである。このように、筆者が考える「数学的な思考力」は問題解決の過程を重視したものである。

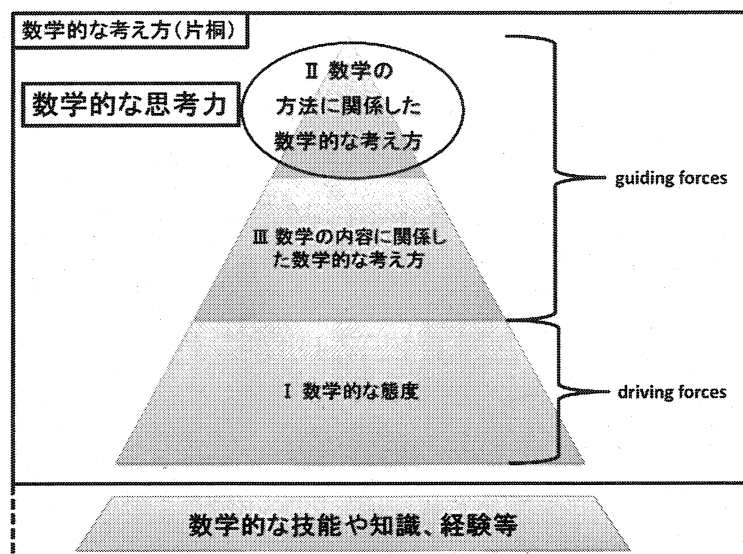


図1 数学的な思考力の位置づけ（筆者作成）

第二に、問題解決の視点である。事象を数学的に思考する際に、その過程を検討することも重要な要素だと筆者は考える。つまり、導き出した解やその際に用いた解法が、論理的に正しいかどうかを確かめることが大切である。そこで、ポリア（1975）の問題解決過程の四段階を参考にすれば、第二段階「計画をたてること」と第四段階「ふり返ってみる」にあてはまる。ポリア（1975）は、「問題を解くことの大部分はどんな計画をたてたらよいかということを考えつくことにあるとってよい」（12頁）と述べており、「計画をたてること」が問題解決の核となることを示唆している。また、中島（1981）の言葉を借りれば、「計画をたてること」は「演繹、帰納、類推による推論」といった論理的な考えの支えであると考えられる。さらに、推論の結果について正しい判断や批判ができることは、推論が論理的であることの裏付けと捉えられる。すなわち、「計画をたてること」は「ふり返ってみる」と密接な関係にあり、論理的な思考を展開する上で、計画と検討は相補的な関係のものとして考えられる。

以上より、筆者は「数学的な思考力」を問題解決における要素として次のように考える。

問題解決における一つの要素であり、

- i. 数学の問題や課題から得た情報を基に、解答への道筋を論理的に計画する力
- ii. iで考えた計画や実行して得た解答を論理的に検討したり批判したりする力

4. 授業実践の概要と分析

本章では、教職専門実習Ⅱで行った授業実践の概要と分析について述べる。また、作成

実施したテストの概要と結果を示す。なお、実践の概要は表 2 である。

表 2 実践の概要

授業実践の対象	第 1 学年 1 組 (37 名)
レディネステスト・確認テストの対象 ³	第 1 学年 1 組～3 組 (113 名)
単元	「正の数・負の数」全 20 時間 ⁴

4.1. レディネステスト・確認テストの概要

レディネステスト・確認テストは、いずれも表 3 のような問題構成で行った。また、図 2 のように、それぞれの問ごとに考え方を書く欄を設け、生徒が実際にどのような思考の過程をたどったのかを明確化しようとした。なお、レディネステストでは 0 以上の整数、確認テストでは整数の集合で問題を作成し、単元を通しての学びを活用できるようにした。

表 3 レディネステスト・確認テストの問題構成

問	問題内容
1	正方形 (3×3) の魔方陣
2	円の魔方陣
3	立方体の魔方陣
4	数づくりに関する問題

(1) 正方形の魔方陣

下の空欄に、1～9 の数を 1 つずつ入れて、たて・横・ななめの 3 個の数字の和がすべて同じになるようにしてみましょう。また、どのようにして考えたのかを、考え方の欄に書いてください。

考え方

図 2 レディネステスト問 1

4.2. 授業実践の概要・分析

上記のレディネステストの結果は、表 4 のようになった。この結果を受け、筆者は単元を通しての評価規準を表 5 のように定め、それに基づき単元計画を表 6 のように作成した。なお、数学的な思考力に関する観点は、Ⅱの数学的な見方や考え方である。つまり、単元「正の数・負の数」において、単元計画中的の評価規準にⅡを含む授業では、数学的な思考力を組み入れた授業デザインと言える。その中でも本論文では、第 6 時「加法」と第 16 時「いろいろな計算」を分析したい。また、分析するにあたり、数学的な思考力の視点から教材と発問に着目する。

表 4 レディネステスト結果
(小数第 2 位を四捨五入)

	レディネステスト
1 組 (37 人)	1.2 問 (31.1%)
2 組 (38 人)	1.0 問 (25.0%)
3 組 (38 人)	1.4 問 (34.2%)
学年 (113 人)	1.2 問 (30.0%)

³ レディネステストおよび確認テストは 1～4 組で実施したが、4 組は少人数のため、1～3 組の結果を取り上げて考察する。

⁴ 第 13 時は中間考査直前のため自習時間であった。そのため、実質の実践時間は 19 時間である。

表 5 単元を通しての評価規準

I、数学への 関心・意欲・態度	II、数学的な 見方や考え方	III、数学的な技能	IV、数量や図形などに ついての知識・理解
正の数、負の数に興味を持ち、様々な事象において正負の数に関心を寄せたり、意欲的に問題を解決したりしようとしている。	正の数と負の数についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に対して見通しをもって論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	正負の数に関する四則演算ができること。また、様々な事象を正負の数を利用して、数理的に処理することができること。	様々な事象や計算を考えるうえでの、方法や記号の意味を理解している。

表 6 単元「正の数・負の数」の単元計画

次	時	学習内容（重要語句）	主な活動内容	評価規準
1	1	符号のついた数（正の数、負の数、プラス、マイナス）	・負の数の存在に気づく ・温度計を用いて正の数、負の数の概念について学習する	I
	2	符号のついた数で表す（正の整数、負の整数、自然数）	・温度計において、符号の意味を学習する ・高さ、深さ、位置を符号を使って表す	I、IV
	3	符号のついた数で表す	・移動を符号を使って表す ・テストの平均点を例に、点数を表したり、言い換えたりする ・ルーレットでランダムに数と言葉を選び、言い換える	I、III、IV
	4	数の大小（数直線、原点、正の方向、負の方向）	・数直線上で負の数を表す ・数直線を用いて、2数や3数の大小を不等号で表す	III、IV
	5	数の大小（絶対値）	・移動距離を絶対値として捉える	IV
2	6	加法（加法）	・数直線を用いて、正+正、負+負、正+負、負+正の4つのパターンを計算する ・数式を言語で表現する ・9つのグループに分かれ、数直線と数式を見て気づくことを話し合い、ホワイトボードにまとめる	I、II
	7	加法	・前時に話し合ったことを発表する ・質問タイムを取り、疑問点を言う	I、II
	8	加法	・発表したことを基に、加法のまとめを行う	III、IV
	9	加法（加法の交換法則、加法の結合法則）	・発表したことを基に、加法の計算法則が、負の数を含む式でも有効かどうかを考える ・加法の計算法則を用いて、計算を工夫する	III、IV
	10	減法（減法）	・言語や数直線を用いて、減法を加法になおす ・減法を加法になおすことへの有用性を考える	III、IV
	11	加法と減法の混じった式（項、正の項、負の項）	・項を並べた式で表す ・項のみで表す有用性を考える ・乗法に繋がるチャレンジ問題を解く	III、IV
	12	論理的思考力について	・名探偵コナン第50話「図書館殺人事件」を視聴し、推測・論理的とはどのようなものかを、数学以外の事象から学習する	I、II
	13		・ノート点検、自習	
3	14	乗法（乗法、乗法の交換法則・結合法則）	・負の数を含む乗法の計算法を学習する ・乗法の計算法則を学習する	IV

	15	積の符号 除法（除法、逆数）	・項が3つ以上の乗法の積を求める方法を考える ・負の数を含む除法の計算法を学習する	Ⅲ、Ⅳ
4	16	いろいろな計算（四則）	・最短経路で、最大の数をとるような迷路の経路を考える	Ⅱ、Ⅲ
3	17	乗法（乗、累乗、平方、立方、指数）	・累乗の表し方を学習する ・ $(-2)^2$ と -2^2 の違いを考える	Ⅲ、Ⅳ
4	18	いろいろな計算（分配法則、集合）	・分配法則の真正性について考える ・分配法則を用いて工夫して計算する ・集合の概念について学習する	Ⅱ、Ⅳ
	19	正の数、負の数の利用	・正の数、負の数を利用して、平均を求める	Ⅱ
	20	正の数、負の数の利用	・正の数、負の数を利用して、数学的思考力を問う問題に取り組む	Ⅱ

4.2.1. 第6時「加法」

第6時「加法」は、負の数を含む加法についての学習に関する授業実践である。図3は、第6時の授業展開の概要である。筆者は、目標を「負の数を含む加法において、特徴を見つけたり考えたりすること。または予想すること。」と定め、第8時の加法のまとめにつながるような授業実践を行った。生徒は4人グループとなり、話し合いを進めたり、その内容を図4のようにまとめたりした。また、このまとめは次時の授業でクラス全体へ向けて発表する際にも用いられるものである。

導入	加法・和などの用語の確認 式を言葉で表す ($2+3=5$ → 「2に3を加えたら5になる」)
展開	正+正、負+正、正+負、負+負を数直線上で計算する 式と数直線から気づくこと、予想できることを話し合う(4人グループ) 話し合ったことを、ホワイトボードにまとめる
まとめ	次回授業での発表を準備

図3 第6時の授業展開の概要

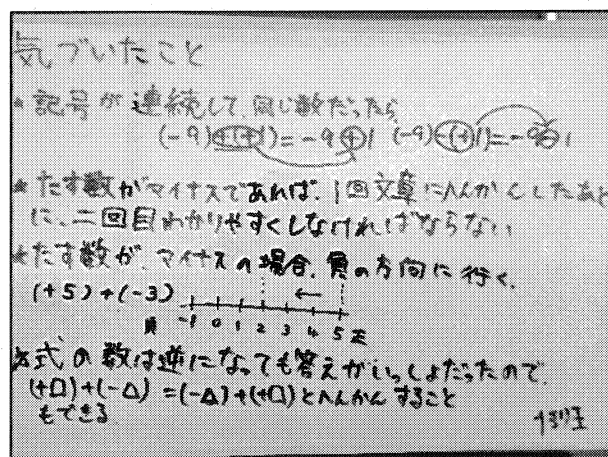


図4 生徒がグループごとに行った話し合いの内容

第6時では、いくつかの式と数直線から加法の特徴を論理的に考えたり、予想したりすることを目的とした教材を用いている。この論理的な考えの過程が、数学的な思考力に相当すると考えられる。また、加法のまとめを生徒自身が作成することから、創造的な活動を意図した教材であるといえる。さらに、発表の場を設けることにより、グループ内で自分たちの考えを精査しようとするにも繋がると考えられる。この精査の段階では、グループ内で話し合った内容を検討したり、批判したりすることからも、数学的な思考力として捉えられるだろう。

また、数学的な思考力としての発問に関しては、以下の2点が抽出できた。

・「 $2+3$ はどんな数を求める式ですか。言葉で説明してみましょう。」

この発問は、加法の概念を捉えるためのものである。さらに、数直線上で負の数を含む加法を考えるための礎ともなる発問である。片桐（2004）の「数学的な考え方についての発問一覧」（以下「発問一覧」）では、「言葉の意味をはっきりさせよう、自分の言葉で言ってみよう（抽象化）」に相当するものと考えられる。

・「例の式と数直線を見て、気づくことはないですか。分かったことや予想できることは何ですか。」

この発問では、正＋正、負＋正、正＋負、負＋負の4つの式と数直線を見て、それぞれの特徴や規則性を考えたり予想したりすることを意図している。「発問一覧」では、「分かっていることと同じようにできないか（類推）」、「分かっていること（分かること）を基にして考えよう（演繹）」、「まとめていえないか。似ているところ、同じところはないか（統合）」などが相当すると考えられる。

4.2.2. 第16時「いろいろな計算」

第16時「いろいろな計算」は、負の数を含む四則演算を学習した後の授業である。図5は、第16時の授業展開の概要である。負の数を含む四則演算の方法を定着させるとともに、論理的に計画したり検討したりすることをねらいとした教材を用いた。そこで、目標を「計算の順序に気をつけて、四則演算ができること。解法を論理的に予測し、見つけることができる。」と定め、授業を実践した。

第16時では、図6のような迷路を図7のルールに則って、最も大きい数でゴールできる経路をペアで考える教材を用いている。全部で70通りある経路の中から、あてずっぽうではなく論理的に経路を考えて選択するといった、数学的な思考力の良さを実感できるような教材であるといえる。取り掛かるための土台として、四則演算ができるといった数学的な技能が必要である。さらに、どの経路を通れば大きな数でゴールできるのかといった論理的に計画を立て

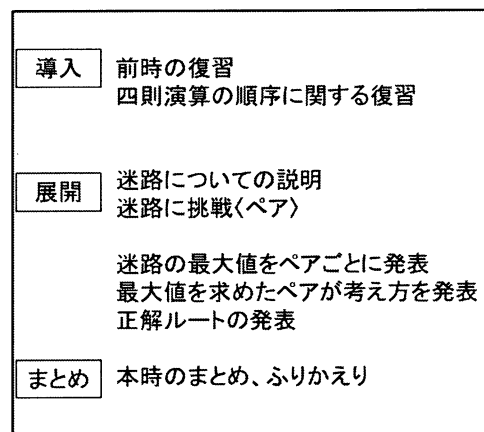


図5 第16時の授業展開の概要

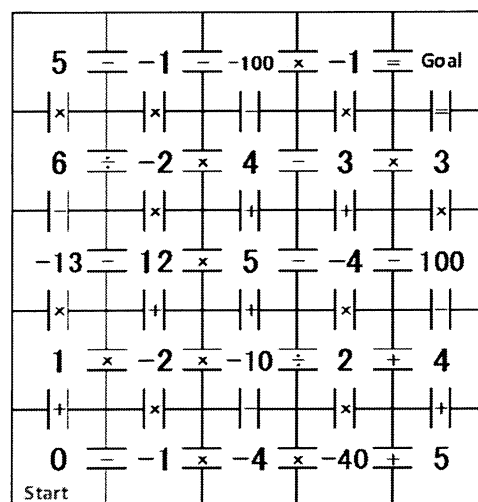


図6 迷路

てることや、求めた経路が本当に最大の数なのかといった検討・批判するという要素がある。これはまさしく、問題解決における数学的な思考力である。

- ・最短経路で行うこと
- ・計算のルールを守ること
- ・ルートを決める→計算する
- ・ペアで計算の答えを確認する

図 7 ルール

また、数学的な思考力としての発問に関しては、以下の 2 点が抽出できた。

- ・「最も大きい数でゴールするにはどうすればよいでしょう。」

これは、経路を考える上での主発問である。あてずっぽうに経路を決めるのではなく、根拠を持って論理的に計画立てることを示唆している。「発問一覧」では、「どうい場合の時を考えることにするのか。どうい場合のことにするのか（理想化）」や、「これがいえるにはどんなことが分かればよいか（演繹）」が相当すると考えられる。

- ・「どのように経路を考えましたか。」

ペアでの活動後の発問である。生徒が自らの活動を振り返り、論理的に経路を考えることができていたかを検討することをねらいとしている。また、他のペアの考え方を聞き、納得したり批判的に判断したりすることもねらいとして挙げられる。「発問一覧」では、「これでよい（これは誤りだ、成り立たない場合がある）と説明できないか（演繹）」や、「どんなことを根拠にして考えたか。分かっていることを基にして説明できないか（演繹）」が相当すると考えられる。

4.3. レディネステスト・確認テストの結果・分析

表 7 は、レディネステストと確認テストのクラス別平均正答数の変化（4 問中）を表したものである。また、各設問別の正答率の変化は表 8 である。これらの表から分かるように、どのクラスもほとんどの間で正答率を上げている。

一方で、筆者が授業実践した 1 組の考え方の記述内容の変化に着目する。すると、考え方の記述内容が正しい者はレディネステストに比べ約 1.3 倍と増加したが、考え方の記述内容は正しいが正答できていない者は 1.0 倍と横ばいの結果となった。これは、1 組の生徒が自ら導いた解答に対して、論理的に検討したり批判したりできなかったことが、一つの原

表 7 クラス別平均正答数の変化(4 問中)

	レディネステスト	確認テスト
1組(37人)	1.2問	2.0問
2組(38人)	1.0問	2.0問
3組(38人)	1.4問	1.6問

表 8 設問別正答率の変化

	問	レディネステスト	確認テスト
1組 (37人)	1	29.7%	45.9%
	2	24.3%	56.8%
	3	21.6%	45.9%
	4	48.6%	51.4%
2組 (38人)	1	10.5%	28.9%
	2	15.8%	57.9%
	3	21.1%	60.5%
	4	52.6%	55.3%
3組 (38人)	1	26.3%	28.9%
	2	21.1%	44.7%
	3	28.9%	42.1%
	4	60.5%	47.4%

困だと思われる。つまり、筆者が定義した数学的な思考力の ii が、十分に育成されていなかったと考えられる。ただ、思考は内的なものであり、自らの考えをうまく言語化できないことも考えられるため、一概にこの結果を容認することはできないことに留意しておきたい。

5. 考察・授業デザインとしての提案

レディネステストと確認テストの結果を踏まえて、筆者の授業実践が数学的な思考力の育成に繋がったことが示唆された。実際に筆者が授業をした 1 組では、すべての設問で得点が伸びており、考え方の記述も良くなってきていることから、数学的な思考力の育成に繋がる授業実践であったと考えられる。そこで、筆者が実践した授業の分析やテストの結果を踏まえ、数学的な思考力を組み込む際の授業デザインのあり方や改善の方向性を検討する。

筆者が行った授業実践で、教材面においては次の 2 点が特徴として挙げられる。

- ・生徒が論理的に推測できる教材
- ・ペアやグループで話し合い、考えをまとめたり問題を解決したりできる教材

この特徴より、生徒が主体的に解や解法を模索することができるような教材が望ましいと考えられる。よって、問題解決において様々な過程や結果を考えられるような教材が、数学的な思考力の育成において望ましい教材である。

また、発問面においては、演繹的な内容が授業の主発問となるが多かった。一方で、レディネステストと確認テストの結果・分析より、論理的な検討力や批判力に課題があった。これより、授業内で導き出した解や解法を検討したり批判したりするような問いかけが、十分ではなかったと考えられる。つまり、導き出したものに対して「本当に正しいのか」、「他に分かることはないか」といった吟味が必要である。そこで、「発問一覧」において検証段階に位置づけられている、統合・発展的な発問を付け加えることを提案したい。

以上より、授業デザインにおける数学的な思考力の組み込みにおいて、教材・発問に含まれるべき要素として、次のように提案する。

教材：問題解決において、様々な過程や結果が考えられるような教材

発問：根拠に基づいた演繹的な考えを引き出すような発問

得た考えや解答を統合したり発展したりさせるような発問

6. 研究の成果と今後の課題

本研究では、先行研究の数学的な考え方と問題解決の視点から、数学的な思考力とは何かを明らかにした。ここでは、中島（1981）の創造的な活動、片桐（2004）の問題解決における数学的な考え方、ポリア（1975）の問題解決過程の四段階を融合し、数学的な思考力という概念を明確にできたと考えられる。さらに、実践から見えてきた授業デザインとしてあるべき要素を、教材・発問の観点から検討した。そして、実践において欠けていた要素を突き止め、それを付け加えることで、数学的な思考力を組み込む際の授業デザインを提案することができたと考えられる。

一方で、今後の課題として主に2点挙げられる。1点目は、他単元での検討である。本研究では単元「正の数・負の数」を事例としたものであったが、提案した授業デザインが他単元でも有用であるかを検討する必要があると考える。2点目は、今回提案した授業デザインは、自らの実践の反省を踏まえて構築したものであるため、統合・発展的な発問を取り入れた授業実践が実際に行われていないという点である。提案した授業デザインの有用性をより強固にするためにも、実践に取り入れて検討していきたいと考える。

7. 参考・引用文献

- ・片桐重男（2004）『数学的な考え方とその指導 第1巻 数学的な考え方の具体化と指導—算数・数学科の真の学力向上を目指して—』明治図書出版
- ・中島健三（1981）『算数・数学教育と数学的な考え方 その進展のための考察』東洋館出版
- ・文部科学省（2008）『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版
- ・G.ポリア（1975）『いかにして問題をとくか』丸善出版
- ・『教育科学 数学教育』2016年5月号、p.8~9、p.11~12、明治図書出版
- ・『中等教育資料』2016年7月号、p.28~35、学事出版