

算数科における「数と計算」から 「文字・文字式」への接続に関する研究 — 東アジア諸国との比較を通して —

津田 真秀*・黒田 恭史

A Study of Connections between “Numerical Calculation” and “Literal Expression”
— Comparing Japan and Other East Asian Countries —

Masahide TSUDA* and Yasufumi KURODA

Accepted October 3, 2016

抄録：「数と計算」から「文字・文字式」への接続の問題は、具体的思考から抽象的思考への橋渡しをどのようにして、スムーズに行うかという問題として捉えることができる。日本では、第2学年から□といった記号を用いて文字・文字式の導入が図られ、第4学年からは□や△など、複数の記号が使用され、第6学年になると、a, xなどのアルファベットでの文字・文字式の扱いが始まる。このように、我が国における文字・文字式導入の教育内容は、スモールステップで設定されているが、等号・不等号などの関係記号を扱う内容が少なく、その意味理解に課題があるとされてきた。一方、中国、シンガポール、ベトナム（以下、東アジア諸国）では、a, xなどの扱いが低・中学年から始まり、併せて、不等号の扱いや式変形の意味理解を詳しく扱う傾向にある。本研究では、抽象的思考の入り口となる文字・文字式の導入部分に着目し、東アジア諸国との教科書比較を通して、日本における文字・文字式のスムーズな指導を意図した教育内容の設定と、小学校低学年段階における教育実践の結果について述べる。

索引語：数と計算，文字・文字式，等号・不等号，比較教育

Abstract: The issue of linking “numerical calculation” and “literal expression” ultimately deals with efficiently connecting concrete thinking and abstract thinking. The first study to use mathematical signs in Japan expresses an unknown quantity “□ (Placeholder).” It is said that literal expression is treated more appropriately in math textbooks. However, there seems to be no understanding on treating relational symbols such as “=” and “<, >”. In contrast, the algebraic curricula in East Asian countries (China, Singapore, and Vietnam) include a literal expression and a linear equation when using alphabets (“a, x”) in elementary school. Moreover, they treat the subjects that are connected by relational symbols in more detail. This is a comparative study of educational literal expression in Japan and other East Asian countries. The purpose is to develop an algebraic curriculum and display the results of educational practices gathered from first graders in elementary schools.

Key Words: Numerical calculation, Literal expression, equals sign, not equals sign, comparative study

* 京都教育大学附属京都小中学校

1. はじめに

「数と計算」から「文字・文字式」への移行は、具体的な数値による個別事象の解明から、抽象的な文字による一般事象の解明への橋渡しと位置付けられることから、数学教育における重要な教育内容の一つであると言える。この移行は、一般的に小学校段階から中学校段階までの長い期間を通じて行われるが、国宗（1994）は、児童生徒の文字の理解にあつては、定数や未知数としての文字の捉え方ではなく、変数としての文字の捉え方に問題があると指摘している。田口（1979）は、小学校第5学年の児童において、『□や○を数をあてはめる場所（place—holder）として考えているが、それを未知数としてみたり、変数としてみたりする見方が十分でない。』と指摘している。

一方、藤井（2005）は、『□、△や文字 a , x などが出現しなくとも数字を用いた式から一般性をよみとることはできる』と指摘しており、文字使用の可否以上に、等式の性質などの式の扱いを工夫することで「文字・文字式」のスムーズな導入が可能であるとしている。小林（1991）は、中学校における文字・文字式教育における問題点として、方程式の移項などの学習活動が機械的な計算に終始してしまっていること、意味理解を伴った形式的操作への移行がなされていないことなどを指摘している。過外（2009）は、中学校「数と式」領域における授業について、方程式の解法が同値変形であることを理解できていないことを改善すべき点として指摘している。

上記を踏まえると、文字・文字式の指導において重要なことは、文字の3つの種類（定数、未知数、変数）を踏まえた文字の段階的な導入、及び、等式の性質に代表される式自体の構造の段階的な扱いの2点に集約される。

さて、我が国の現行の小学校算数科での文字の扱いは、第2学年から□などの記号を用いて導入が図られ、第4学年からは□や△など複数の記号が使用されるようになり、第6学年になると、 a , x などのアルファベットの扱いが始まる（学習指導要領 2008）。一方、等号・不等号の扱いは、第1～2学年で使い方や意味の学習が行われ、第3学年以降は等号の扱いが中心となる。そして、方程式を解く際に必要となる移項などの等式の性質の扱いは、中学校段階以降となっている。このように、小学校における文字・文字式のカリキュラムの特徴として、文字に関しては、□などの具体的な空箱などをイメージした記号から導入され、その後スモールステップを経て、アルファベットに移行していくのに対して、等式・不等式に関しては、導入期に等号と不等号が簡単に扱われた後は、小学校段階全体としては、両辺の相等を表す意味合いよりも、解答を導き出す役割が強調された等号が扱われる。

ところで、平成27年度全国学力・学習状況調査（中学校数学）では、目的に応じた等式の変形について、「 $2x - y = 5$ を y について解く問題」の正答率が 65.0%であった。等式を変形する際に、符号の処理を誤ったと考えられる誤答を合わせると 12.1%であり、等式を目的に応じて変形することに課題があると指摘できる。さらに、等式の性質の用い方について、「 $2x = 4$ から $x = 2$ へ式変形してよい理由を選択する問題」の正答率が 79.8%であり、方程式を解く場面における等式の性質の用い方についての理解に課題がある生徒が、一定数いることがわかる。加えて、黒田（2008）は、中学校段階における等号の意味理解の課題とともに、小学校段階においても、等号を左辺か右辺への一方通行として捉えている場合が多いと指摘している。

こうした背景を踏まえ、先進的な教育実践として、渡邊（2011）の「小学校高学年段階における文字式」では、小中連携を意識したカリキュラム開発や教育実践がおこなわれ、分数の除法を文字・文字式を用いた指導が試みられている。そして、小学校高学年段階において代数操作による主格変換が

可能であることを明らかにしている。太田・守屋（2014）による研究では、小学校低学年段階に方程式・不等式を早期導入する教育実践を報告しており、その中で、簡単な加減による方程式・不等式を、アルファベットの文字を用いた指導が試みられている。実践結果より、小学校低学年段階における方程式・不等式指導の可能性が示されている。このように、小学校段階における文字・文字式指導は、低学年段階から学習内容を早期導入することが、中学校段階へのなだらかな接続の手段として考えられる。

他方、東アジア諸国に目を向けると、文字の導入や、等号の性質の扱いなどが、小学校段階からかなり手厚くなされている（津田・松崎・黒田 2015）。これらの国は、国際的な学力調査でも上位に位置するなど、我が国の小学校段階での文字・文字式の指導を検討する上でも参考になると考えられる。例えば、シンガポールは、TIMSS（Trends in International Mathematics and Science Study）の2011年調査で数学1位、PISA（Programme for International Student Assessment）においても、2012年に数学的リテラシーで2位となっている。経済発展の著しいベトナムは、PISAで17位と上位に近づきつつある。加えて、同じ漢字文化圏の中国での文字・文字式の扱いなども参考になると考える。

そこで本研究では、まず、国際的な学力調査の順位が上位であるシンガポール、上昇傾向のベトナム、そして漢字文化圏の中国を比較対象国に設定し、各国の算数教科書の内容から文字・文字式指導の特徴を分析・整理する。次に、日本における文字・文字式のスムーズな指導を意図した小学校低学年段階からの教育内容を考案し、京都教育大学附属桃山小学校第1学年34名を対象に、等号・不等号に関する内容を早期導入した教育実践結果を報告する。

2. 東アジア諸国との比較

はじめに、日本の算数教科書をもとに文字・文字式の教育内容の扱いについて分析する。次に、東アジア諸国（中国、シンガポール、ベトナム）の導入に着目し、教育内容の扱いや、学習者に求める能力の特徴について検討する。それらを受け、各国の文字・文字式指導の特徴をまとめ、比較する。

(1) 日本の文字・文字式の導入

日本では、小学校高学年段階以降で本格的に文字・文字式が扱われるが、低学年段階からでもその考え方を活用している。たとえば、第2学年で扱われる加減の逆思考問題では、必要な場合には、□などを用いることができると学習指導要領に明記されている。その後、□などを用いて当てはまる数を求める方程式の学習につながる問題は第3学年で扱われ、第4・5学年では□、△などを用いて $\square + \triangle = 9$ のような式が扱われ、第6学年では、これまで学習してきた□や○、△などを用いた式からx、yなどのアルファベットを用いた式に置き換わる。導入時では、○や△などからアルファベットの文字に置き換わることや、その書き方などが記載されている。このように、日本の小学校段階における文字・文字式指導は、低学年段階から学習内容の一つとして登場しているが、文字式の計算や移項などは扱われていない。

一方、等号・不等号は、第1・2学年で使い方や意味の学習が行われ、第2学年では図1のような数と数の大小比較を不等号で表す問題が扱われている。ここでは位ごとの数字の大きさに着目し、347と289を比べる際には百の位を、347と350を比べる際には百の位の数字が同じなので十の位の数

字を比べることで大小を判断し、それらを記号で表すことが説明されている。なお、第2学年までに等号・不等号という用語は扱わず、第3学年で登場する。第3学年以降は等号の扱いが中心となり、移項などの等式の性質の扱いや不等式が扱われるのは、中学校段階以降となっている。

このように、小学校における文字・文字式のカリキュラムの特徴として、文字に関しては、低学年段階から□などの具体的な空箱などをイメージした記号から導入される。その後、方程式形式や関数形式が扱われ、スモールステップを経て、アルファベットに移行していく。中学校段階から本格的な文字・文字式指導が始まるが、小学校低学年段階から中学校段階まで長い期間をかけて指導されていることがわかる。一方、等式・不等式に関しては、導入期に等号と不等号が簡単に扱われた後は、小学校段階全体としては解答を導き出す役割が強調された等号が扱われ、算数教科書内における関係記号の扱いは多くないといえる。

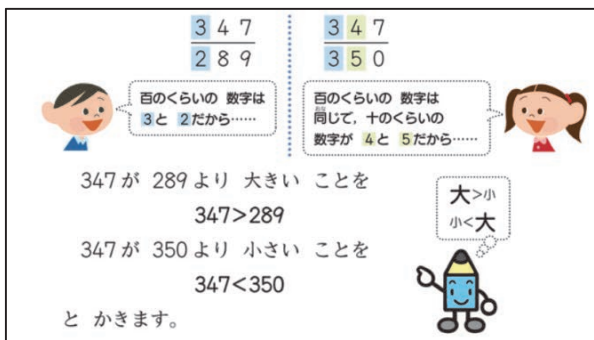


図1 数と数の大小比較による不等号の導入
(啓林館算数教科書2年上)

(2) 中国における文字・文字式の導入

中国では、日本と同じように小学校低学年段階で□・△などの記号を用いて文字・文字式が導入されている。問題の形式や扱われている数などは日本と大きな違いはないが、中学年段階以降、□・△などの記号の代わりにアルファベットを使用し、方程式を学習する単元が存在する。

第4学年でアルファベットの文字が登場し、文字の導入では、動物の数や人の年齢など、規則的に増えていく数を文字で表すことを学

習する。さらに、年齢のように1ずつ増えていくものや、三角形の個数に対する辺の数、人の手の数に対する指の数などといった題材を扱っている。「量関係を方程式で表す」単元では、天秤が釣り合っている状態を式で表すことを学習する。そのほかにも重さやかさといった量を題材にした問題が扱われている。天秤を使った重さの問題だけでなく、値段、年齢、長さなど、様々な量を扱うようになっている。

文字の使用方法について学習した後、簡単な方程式 ($3x + 2 = 5$, $2x - x = 3$ のような方程式の中にある未知数の項が1つの場合と2つの場合) を解く単元がある。図2は方程式の解き方について、等式の性質を用いて解説している。 $2x + 20 = 80$ を解く際、 $2x + 20 - 20 = 80 - 20$ のように両辺から20をひく計算を行い、 x を求めていく過程で、常に両辺が等しいことを利用する解法であるが、実際に計算する場合は移項して形式的に解く場合がほとんどである。日本では等式の性質が扱われるのは中学校段階以降で、その後は移項の操作を利用した計算演習が中心であるのに対し、中国では、小学校段階では等式の性質を利用した解法が繰り返し行われている。このように移項の操作を学習する前段階で、左辺と右辺の関係を常に意識しながら式操作する内容が、小学校段階から扱われていることがわかる。

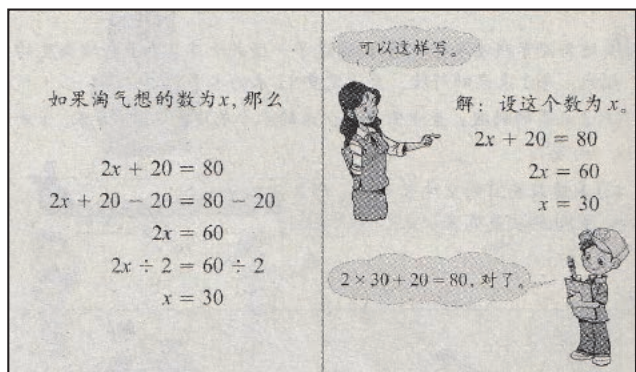


図2 等式の性質を用いた解法 (小学校第4学年)

こうした関係記号の意味理解を重視した指導は低学年段階から徹底されている。具体的には、図3のような等号・不等号を用いて数と式の大小比較をする問題を多数扱われている。ここで特徴的なのは、 $15 = 5 + 5 + 5$ 、 $30 = 5 \times 6$ のように、式が右辺にくる形式が扱われていることである。日本の算数教科書においても、不等号やそれを用いて大小比較をする問題は扱われているが、数と数同士の比較のみの扱いで、中学校段階に入るまで、右辺に式がくる形式は扱われていない。文字式を扱う中で、両辺を入れ替える操作や、右辺側に式がくる形式も多々扱うことから、中国では式表記や関係記号の扱いを豊富にすることで、文字・文字式への接続を意図していると考えられる。

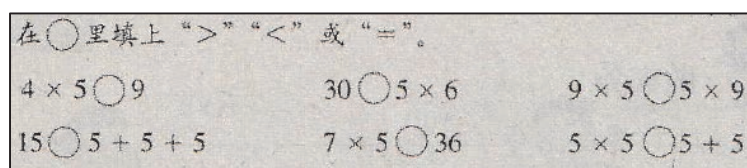


図3 等号・不等号を用いた大小比較問題（小学校第2学年）

(3) シンガポールにおける文字・文字式の導入

シンガポールでは、小学校段階において□、△を用いた文字式は扱われていない。小学校第6学年で代数の単元があり、ここで初めて文字・文字式（アルファベット）に関する内容が登場し、簡単な文字の計算、方程式を学習していて、これは、日本の中学校数学科第1学年の学習内容に相当する。文字・文字式が導入されるまで、どのような学習内容が扱われているかに着目すると、関係記号に関する内容に特徴がみられた。

第1学年で、等号は左辺と右辺が同じことを意味する記号であることが説明されている。その後、数や簡単な加法・減法について学習していく中で、図4のように「 $23 = 20 + 3$ 」と、左辺側に数、右辺側に式がくる表記が多数登場する。これは、位取りの構造を式に表しながら学習していて、10より大きい数を扱う際には、こうした表記が多くみられた。さらに、第2学年で乗法・除法を学習する際、図5のように「 $6 \times 2 = 10 + 2$ 」と左辺側に乗法、右辺側に加法の式がくる表記が扱われている。日本でいう九九の仕組みに似た学習をする中で、かける数は2で固定したまま、5の段から6の段に変わったときの変化を、具体物と式を対応させながら説明している。こうした式表記は、学年が上がって分数や小数が扱われるようになってからも用いられていて、頻繁に算数教科書の中で登場している。

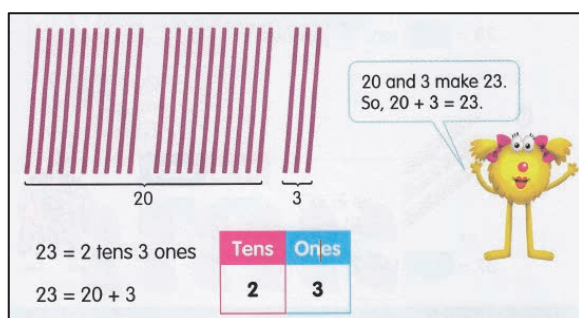


図4 左辺側に数、右辺側に式がくる表記の例
（小学校第1学年）

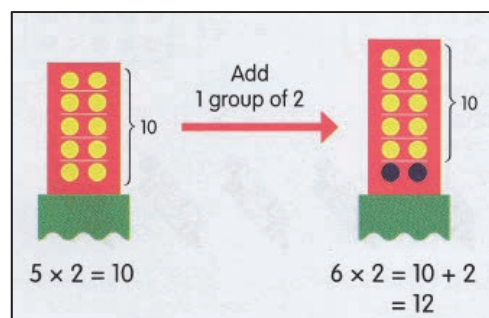


図5 両辺の演算が異なる式の例
（小学校第2学年）

第3学年では、等式の性質を用いた式変形が扱われている。図6では、例題とモデル図、解法が示されている。例題を訳すると、「Grandpaは36個のりんごをShawnとTrishにあげた。ShawnはTrishの3倍多くりんごを受け取った。Trishはりんごをいくつうけとったでしょう。」という内容である。モデル図で、ShawnとTrishのりんごの数を視覚化し、全体量である36が記されている。(このとき、基準となる数を「unit」と定めている。)ここから、「4 units = 36」

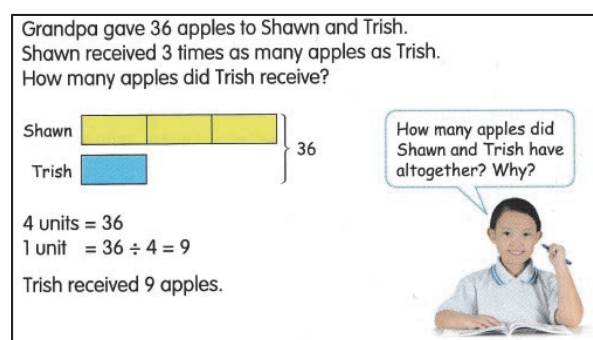


図6 等式の性質を用いた式変形
(小学校第3学年)

＝36」と式を立て、次に両辺を4でわり、「1 unit = $36 \div 4$ 」とし、答えを求めている。問題によっては、「1 unit = 6」の両辺を5倍して「5 unit = 6×5 」のように、両辺に同じ数をかけて、答えを求めているものもある。

このように、シンガポールの算数教科書における等号の扱いが、答えを導くときに使う記号というより、両辺が等しいことを表す記号という意味合いが強いと考えられる。小学校低学年段階から、多様な式表記が豊富に扱われ、段階的な式の操作を学習していることから、文字・文字式の導入において、アルファベットの文字の導入することより、等式の性質を先行させた教育を重要視している可能性がある。

(4) ベトナムにおける文字・文字式の導入

ベトナムの文字・文字式の指導の特徴は、アルファベットの文字の導入が早い学年であることである。第1学年で□を用いた式を学習し、小学校第2学年で図7のようにアルファベットの文字(x, y)が登場し、方程式が扱われている。ここでは、 $6 + 4 = 10$ の計算を基準に、 $x + 4 = 10$ 、 $6 + x = 10$ のように未知となる部分をxにおいて学習している。

その後、可能な演算が増えるたびに方程式の演習問題が扱われ、第2学年では自然数の加減乗除、第3学年では概数、第4学年では分数・小数の加減乗除に関係した方程式を学習する。

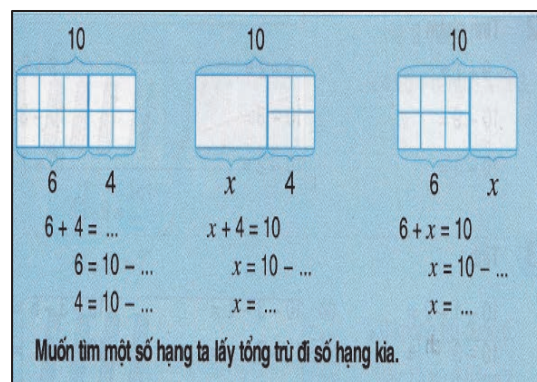


図7 方程式の導入 (小学校第2学年)

また小学校第1学年から数や式の等号・不等号を指導している。数字の書き方や数え方を学習した後、自然数同士を大小比較する問題で不等号が扱われている。ベトナムでは、等号や計算を学習する前に不等号を学習していて、その後、加法・減法などを学習し、数と式、式と式の大小関係を等号・不等号で表す問題が複数扱われている。第4学年では扱う文字の種類が増え、文字を使用した交換法則、分配法則、結合法則が扱われ、図8のように第6学年では指数や負の数となる方程式を学習している。この学習が始まる前に、負の数まで扱われているため、符号の操作や演算が可能となっている。指数の学習では、指数法則を数の場合と文字の場合で確認し、簡単な計算まで扱われている。

$\begin{aligned} \text{a) } x - 2 &= -6; \\ \text{a) } x - 2 &= -6 \\ x &= -6 + 2 \\ x &= -4 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{b) } x - (-4) &= 1. \\ \text{b) } x - (-4) &= 1 \\ x + 4 &= 1 \\ x &= 1 - 4 \\ x &= -3. \end{aligned}$	Ta đã biết $5^3 \cdot 5^4 = 5^7$. Hãy suy ra : $5^7 : 5^3 = ? ; \quad 5^7 : 5^4 = ?.$ Ta đã biết $a^4 \cdot a^5 = a^9$. Do đó : $a^9 : a^5 = a^4 (= a^{9-5})$; $a^9 : a^4 = a^5 (= a^{9-4}) \text{ với } a \neq 0.$
---	---	---

図8 負の解を含む方程式と指数（小学校第6学年）

(5) 比較まとめ

表1は日本と中国、シンガポール、ベトナムの小学校段階における文字・文字式指導を学年ごとに比較したものである。各国の小学校段階における文字・文字式指導の特徴をまとめると以下のようになる。

【日本】

- ・導入時は□、△などの記号をアルファベットの代わりに用い、小学校第6学年で初めてx、yなどが登場するが、小学校段階では文字の計算や式操作などは詳しく扱わない。
- ・等号、不等号などの関係記号の扱いは、算数教科書内では少なく、小学校段階では式表記は左辺側に式、右辺側に答えがくる場合がほとんどである。

【中国】

- ・小学校第4学年でアルファベットの文字が導入され、簡単な文字・文字式や方程式が扱われ、式変形だけでなく、数値の代入や等式の性質を利用した指導がされている。
- ・小学校低学年段階から□、△などを用いた式が扱われていることに加え、不等号に関する問題が複数扱われている。

【シンガポール】

- ・小学校段階の文字・文字式指導において□、△などの記号を用いない。
- ・扱う式の種類が豊富で、文字の導入（小学校第6学年）より、等式の性質に特化した学習が先行して行われている。

【ベトナム】

- ・小学校第1学年から□を用いた式を学習し、第2学年でx、yなどのアルファベットの文字が登場し、簡単な方程式を解く内容が扱われている。
- ・第6学年では、負の解を含む方程式や簡単な指数などが扱われていて、扱う数や計算が早期に導入されている。

日本と比較すると、早い学年でアルファベットの文字の導入がされていること、関係記号に関する内容の扱いが豊富であることなどが明らかになった。特に、ベトナムでは、早い段階でアルファベットの文字・文字式に関する内容が扱われることで、学習内容の早期導入を可能にしていると考えられるが、その意味や構造などの理解度に関しては検討すべきである。また、中国やシンガポールのよう

に、等号・不等号に関する問題が多数扱われていたり、様々な式表記が詳細に記述されていたりなど、アルファベットの文字を導入すること以上に、関係記号の意味理解を重視した指導が意図されていると考えられる。

表 1 日本と東アジア諸国の文字・文字式指導の比較

	日本	中国	シンガポール	ベトナム
第 1 学年	順思考	□を用いた式	等号の導入	□を用いた式
第 2 学年	逆思考・不等号	不等号・不等式	式=式の扱い	x, y を用いた式
第 3 学年	□を用いた式		等式の性質の扱い	
第 4 学年	□, △を用いた式	簡単な方程式 等式の性質		x, y, z を用いた 交換・結合・分配法則
第 5 学年		方程式 (分数)		
第 6 学年	アルファベットの 文字導入	方程式 (百分率)	代数 (日本の中 1 内容)	負の数・指数 方程式 (負の解)

3. 教育内容の設定と教育実践の結果

ここでは、東アジア諸国との比較を通して得られた知見をもとに、小学校低学年段階の教育内容を設定する。そして、小学校低学年段階における関係記号の意味理解を重視した指導について検討し、教育実践の結果をまとめる。

(1) 教育内容の設定

表 2 は、小学校算数科から中学校以降の数学内容へのスムーズな接続を意図した教育内容を一覧にしたものである。小学校低学年段階から関係記号の意味理解を重視した指導が必要であると考え、関係記号を用いた学習内容を早期導入し、さらには方程式・不等式を解く上で必要な両辺に着目する視点を育成することで、その後の代数的内容の理解を促進する。具体的には、等号の数学的意味を指導するとともに、不等号を導入する。発展内容として数と式、式と式の大小比較を取り扱う。等号は式とその演算結果を結ぶ時だけでなく、両辺が等しい場合に使う記号であることを理解させる。等号と不等号を同時に学習することで、それぞれの関係記号の意味をより明確にし、両辺に着目する視点の育成につながると考えられる。

小学校中学年段階では、a, x などの文字を導入し、簡単な方程式まで扱う。また、概数・概算においても量感の獲得を意識した指導を継続し、より精度の高い見積もりへと学習内容を発展させる。さらに、計算するときに概算の考えを用いて計算結果の上限値・下限値を設定する学習を扱う。こうした学習により、解の存在範囲の設定や妥当性の検証といった活動が豊富になり、誤答した際にミスに気づく能力を獲得できると考えられる。その際は、不等号を用いて式を表現するなどをして、関係記号を扱う機会を増やす。

小学校高学年段階では、などの文字・文字式を計算する学習や、多項式を主格変化する学習を扱う。分数の除法の学習の際には、逆数の存在についても留意して指導する。さらに、計算機（一般の電卓や関数電卓など）の操作方法やその特徴について扱い、計算機を活用することを前提とした内容を扱う。

こうした小学校段階での学習を踏まえ、中学校段階では扱う数が拡張していくごとにその特徴や性質、包含関係などを詳しく扱い、方程式の学習では等式の性質を重視した指導を行う。さらには、数学を現実事象へと適応する能力を獲得するために、現実場面を取り扱った内容を扱い、問題解決の際にはコンピュータを利用するなどの活動を取り入れる。

以上に挙げた教育内容を踏まえ、教育実践では小学校第1学年に対して、関係記号の意味理解を重視した指導を行い、その効果と妥当性について検証する。

表2 「数と計算」領域から文字・文字式への接続を意図した教育内容

	「数と計算」領域	文字・文字式	計算機の活用
小学校 低学年段階	暗算・見積もり 等号・不等号	順思考・逆思考 □などを用いた式	そろばんの活用
小学校 中学年段階	概数・概算 概算による挟み込み	a , x などの文字導入 簡単な方程式	
小学校 高学年段階	分数の加減乗除 負の数（計算無し）	主格変換 方程式（解が分数含む）	電卓の活用 （関数電卓含む）
中学校段階	数の包含関係	等式の性質	コンピュータの活用

(2) 教育実践概要

対象：京都教育大学附属桃山小学校，第1学年2組，計34名

日時：全2回：第1回目2015年12月15日（45分），第2回目12月17日（40分）

内容：小学校算数科の「等号・不等号」の内容およびその発展内容

【第1時間目：等号の説明・不等号の導入】

まず，等号の数学的意味を確認する。導入時に，等号は両辺が等しいことを表す記号であることを理解させる。例えば，「 $3=3$ 」のような数と数を等号で結ぶ表記について，こうした場合においても等号を用いることを学習する。等号の意味について聞かれた際，「式の中で使うもの」「答えを表すもの」という意見が出てきたが，導入時以降は，「左と右を比べた時に大きさが同じときに使うもの」であることを強調して授業を展開した。

その後，数と数の大小比較を通して不等号を学習する。指導直後に解いたワークシートでは，不等号の向きが反対となっている誤答もいくつかあった。しかし，数カードを用いたゲーム形式の操作活動では，そうした誤答もなく，ほとんどの児童が等号・不等号の意味を理解し，使うことができていた。本時の学習を通して，数と数の大小関係を理解し，関係記号を用いて表すことができるようになったといえる。

【第1時間目：数と式の大小比較】

導入時では，前時の押さえと不等号の読み方を指導した。例えば「 $4 > 2$ 」であれば「4大なり2」のように，演習問題を答え合わせする際，児童一人一人に答えさせる活動を行った。発音させることにより，不等号が左辺と右辺の大小関係を表す記号であることを学習者が実感できると思われる。

その後，図9のように数と式の大小比較について指導した。ここでは，左辺に数，右辺に式の形式も扱い，式をまとまりでとらえ，両辺の大小関係を考える。児童の中には，「 $5 = 2 + 3$ 」の表記に疑

間を感じるものもいたが、ワークシートと解く際、ほとんどの児童が等号・不等号を適切に選択することができていた。ワークシートの問題は繰り上がり、繰り下がりのある加法・減法も含まれている。導入時と同様に、式を読み上げさせながら答え合わせをする活動を行った。正しく読み上げることにに関しては、スムーズに言えない、大なり小なりの読みを混同するといった傾向が見られた。

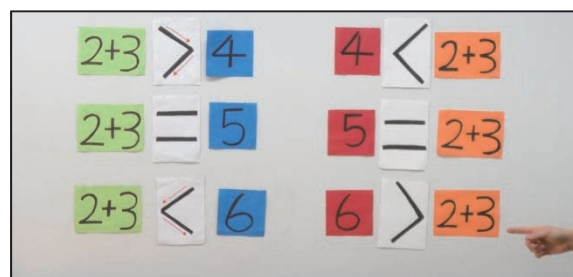


図9 数と式の大小比較の指導

以上のことから、学習者は数と式の比較においても左辺右辺の大小関係を把握し、関係記号を用いて表すことができるが、式全体を読み上げることにに関しては、今後とも指導していく必要があると考えられる。

【事後調査：テスト形式による評価】

教育実践の効果を検証するため、2016年1月12日に事後調査を実施した。調査内容は数と数、数と式の大小比較問題に加え、教育実践では扱わなかった式と式の大小比較問題を取扱い、左辺と右辺の関係を等号・不等号を用いて表すことができるかどうかを評価した。計10問のテスト形式で行い、制限時間は5分と設定した。

表3は事後調査結果を集計したものである。教育実践から約1か月の期間を経たが、全問正答者数は33名中25名という結果であった。数と数の大小比較問題（計2問）では、33名全員が正答することができた。数と式の大小比較問題で、正答率が9割を下回った問題は6問中2問であった。「 $8 + 9 > 16$ 」の正答率は78.9%であり、10問中最も正答率が低かった。この問題では、左辺の計算が繰り上がりのある加法であるため、計算を苦手とする児童が誤答に至った可能性がある。数と式の大小比較問題の中では、「 $8 = 5 + 3$ 」「 $9 = 15 - 6$ 」のように、左辺に数、右辺に式の表記を扱った。正答率は93.9%、90.9%であり、9割以上の児童がこうした式表記や等号の意味を理解しているといえる。教育実践では扱わなかった式と式の大小比較問題（計2問）においても81.8%、90.9%と、未習にも関わらず多くの児童が正答することができている。左辺と右辺の式を1つのまとまりとしてとらえる視点の育成が、教育実践を通して身に付けさせることができたと言える。

全体の誤答の傾向としては、不等号の向きが反対、計算を誤り等号で結んでしまうなどが見られた。例えば、「 $5 < 4 + 2$ 」の問題では、右辺側の「4」にのみ着目し、左辺側の「5」と比べ、不等号の向きを誤った可能性がある。こうした児童たちは、式を1つのまとまりとしてとらえる視点がまだ身についていないとえる。また、加法・減法の計算そのものに困難性が見られる児童に関しては、別途支援が必要であると考えられる。

表3 事後調査結果

	2<5	5<4+2	9-4<6	8=5+3	20>19	9=15-6	8+9>16	4<2+3	7+2>3+5	7-2<9-3
正答	33	30	32	31	33	30	26	28	27	30
誤答	0	3	1	2	0	2	6	4	5	2
無回答	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
正答率	100.0%	90.9%	97.0%	93.9%	100.0%	90.9%	78.8%	84.8%	81.8%	90.9%

4. 結語

本研究の成果をまとめると以下の3点になる。

第一に、算数科における「数と計算」から「文字・文字式」へのスムーズな接続を目的に、東アジア諸国との比較を通して、我が国の小学校段階での文字・文字式の指導を検討する上で参考になる点を模索し、整理した。

第二に、学力調査上位国のシンガポールでは、小学校低学年段階から式の種類や段階的な式変形が低学年段階から手厚く扱われ、高学年段階の文字・文字式の導入へとつながっている。ベトナムでは、小学校段階で扱われる数学内容の難度が高く、国際的な学力調査において頭角を現していく可能性がある。また、日本と同じ漢字圏の中国では、特に、関係記号に関する内容の扱いが豊富であった。これらの東アジア諸国との比較を踏まえて設定した教育内容については、現行のスモールステップを踏んだ文字・文字式指導に加え、関係記号や式の操作についても段階的に扱うようにした。

第三に、それらを受け、小学校低学年段階を対象とした教育実践では、等号・不等号に関する内容を早期に導入することに成功し、一定の効果が得られた。

今後の展望として、他学年に対して教育実践を行い、教育内容の妥当性を検証していくことが挙げられる。

参考・引用文献

- Fog Ho Kheong et al., 『My pals are here! Maths 1A-6B』 Marshall Cavendish education, Singapore, 2005 (First Published) , 2008 (Second Edition)
- NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM “TẬP MỘT-TẬP HAI” , 2013 年
- 石井昭男, 『日本の教育と基礎学力 危機の構図と変革への展望』, 明石書店, 2006 年
- 石渡延男, 越田稜, 『世界の歴史教科書 11 カ国の比較研究』, 明石書店, 2002 年
- 馬越徹, 『現代アジアの教育』, 東信堂, 1989 年
- 王智新, 『現代中国叢書 現代中国の教育』, 明石書店, 2004 年
- 太田直樹・守屋誠司, 「代数カリキュラムの開発と教育実践による検証 ―低学年における方程式・不等式の教育実践―」, 数学教育学会誌, Vol.55/No.3・4, 2014 年
- 河野麻沙美, 「算数教科書の比較研究 ―教授・学習における志向性の差異に着目して―」, 東京大学大学院教育学研究科附属学校教育高度化センター年報, pp.97-108, 2010 年
- 過外正律, 「中学校「数と式」領域における授業の改善」, 日本数学教育学会誌 2009 第 91 巻第 1 号, pp.32-40, 2009 年
- 黒田恭史, 「シンガポールにおける数と計算の指導」, 数学教育学会秋季例会発表論文集, pp.225-230
- 黒田恭史, 「シンガポールにおける数学教育 ―教科書分析を通して―」, 数学教育学会誌 Vol.49/ No.1・2, pp.67-74, 2008 年
- 黒田恭史編著, 『数学科教育法入門』, 共立出版, pp.69-70, 2008 年
- 国立教育政策研究所, 教育課程研究センター「全国学力・学習状況調査」, http://www.nier.go.jp/15chousakekkahoukoku/report/data/mmath_04.pdf (最終検索日: 2016 年 9 月 28 日)

- 国立教育政策研究所, 「平成 17 年度高等学校教育課程実施状況調査」, 2007 年
- 国立教育政策研究所, 「OECD 生徒の学習到達度調査 Programme for International Student Assessment 2012 年調査結果の要約」http://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/pisa2012_result_outline.pdf (最終検索日: 2016 年 8 月 12 日)
- 国立教育政策研究所編 石井昭男, 『TIMSS2011 算数・数学教育の国際比較 国際数学・理科教育動向調査の 2011 年報告書』, 明石書店, 2013 年
- 小林孝博, 「数学教育における問題解決能力の養成について 中学校における文字・文字式を中心にして」, 数学教育学会「研究紀要」, 32 (3・4): 60, 1991 年
- 国宗進, 「小・中学校における変数の扱いに関する研究」, 静岡大学教育学部研究報告教科教育学編 .25, pp.79-102, 1994 年
- 斉藤里美, 上條忠夫, 『シンガポールの教育と教科書 多民族国家の学力政策』, 明石書店, 2002 年
- 斉藤里美編著・監訳, 上條忠夫編, 『シンガポールの教育と教科書 一多民族国家の学力政策』, 明石書店, 2002 年
- 清水静海・船越俊介・根上生也・寺垣内政一, 『わくわく算数 2 上』, 株式会社新興出版社啓林館, pp.74-75, 2014 年
- 清水静海・船越俊介, 『わくわく算数 2 上指導所第 2 部詳説』, 株式会社新興出版社啓林館, pp.58-B, 2014 年
- 諏訪哲朗, 王智新, 斉藤利彦編著, 『沸騰する中国の教育改革』, 東方書店, 2008 年
- 高橋等, 「小学校算数における文字式の扱い」, 日本数学教育学会誌 2010 第 92 巻第 12 号, pp.64-65, 2010 年
- 田口孝雄, 「今月の指導 5 年 文字と式」, 東洋館新しい算数研究 No.222, pp.53-58, 1979 年
- 津田真秀・松崎和孝・黒田恭史, 「小学校における文字式指導に関する研究～東アジア諸国の教科書を参考にして～」, 数学教育学会春季年会発表論文集, pp.57-59, 2015 年
- 津田真秀・黒田恭史, 「数学記号の意味理解を重視した指導に関する研究～日本とドイツの算数教科書比較～」, 第 19 回数学教育学会大学院生等発表会発表論文集, pp.1-4, 2015 年
- 杜威, 『学校数学における文字式の学習に関する研究 数の世界から文字の世界へ』, 東洋館出版社, pp.28-30, 1991 年
- 二宮皓, 『世界の学校 一教育制度から日常の学校風景まで一』, 学事出版, 2006 年
- 原清治, 山内乾史, 杉本均, 『教育の比較社会学』, 学文社, 2004 年
- 藤井斉亮, 「式を活用する力とは何か」, 新しい算数研究 2005No.410, 新算数教育研究会編集, pp.4-7, 2005 年
- 北京師範大学出版社, 『数学教師教学用書一上 - 六下』, 北京師範大学出版社, 2006 年
- 松崎和孝, 「ベトナムの高等学校における数学教育の状況に関する研究に関する研究」, 数学教育学会誌, pp.43-52, 2014 年
- 文部科学省, 『小学校学習要領解説 算数編』, 東洋館出版社, 2010 年
- 文部科学省, 『中学校学習指導要領 数学編』, 東洋館出版社, 2010 年
- 渡邊伸樹, 「小中連携を意識した代数カリキュラム開発のための基礎研究 (その 1) 一小学校高学年における文字式一」, 数学教育学会誌, Vol.51/No.3・4, pp.67-79, 2011 年