

# 日本とドイツの数学教育に関する比較研究 —バイエルン州ギムナジウムの 教科書における一考察—

柳本 哲・谷 陽良\*

A Comparative Study of Mathematics Education in Japan and Germany  
— A Study of Textbooks in Bavaria —

Akira YANAGIMOTO and Akira TANI \*

*Accepted December 16, 2015*

**抄録:** ドイツ・バイエルン州における学校種ギムナジウム (Gymnasium) の研究は未だ多くない。本稿では、まず PISA 調査の結果や報告書からバイエルン州の実態や教育システムについて分析し、さらに指導要領や教科書からカリキュラムや教科書の特色について言及した。その上で数学の教育目標や内容について整理し、教科書内の ICT 活用と日常生活の数学を事例に、日本の数学教育と比較しながら、ギムナジウムが誇る高い学力を保持するための糸口と高度な数学の取扱いについて明らかにした。

**索引語:** バイエルン, ギムナジウム, 数学教育, 比較研究

**Abstract:** Only a few studies have so far been done at gymnasium in Bavaria. Therefore, the purpose of this paper is to compare Japan with Bavaria in Mathematics Education. Its scope is teaching guidelines and textbooks, particularly curriculum and the characteristics of textbooks.

**Key Words:** Bavaria, Gymnasium, Mathematics Education, Comparative Studies

## 1. 問題の所在

ドイツでは 1995 年に実施された「第 3 回国際数学・理科教育調査 (TIMSS)」と 2000 年に OECD 加盟国を中心に実施された「生徒の学習到達度調査 (PISA)」の結果より生徒の学力不振が露わになった。また PISA2003 の結果では問題解決力に関してアジア諸国より下回る結果となった。しかし原田

---

\* 京都教育大学 大学院教育学研究科 教科教育専攻

(2006)によるとこれらの結果の原因には、①生徒間格差 ②階層間格差 ③地域格差があるとされている。特に生徒間格差について言及すると、総合読解力において到達度レベル最上位層の生徒の占める割合は日本と比べても大差がない。一方、下位層に位置する生徒の割合が高い。最下位 5%層の生徒の成績と、最上位 5%層の生徒の成績の格差が、他国よりも顕著であることが明らかとなっている。そしてこのような事実に対して、常設文部大臣会議（KMK）は学校と授業の質的改善を目指す教育スタンダードの導入によって進めるカリキュラム政策と、社会的格差の是正を目指す教育政策を行った。

この教育改革以降のバイエルン州に関する研究は日本の研究者によって数多く行われてきた。現状、中等教育が 3 分岐されているドイツのバイエルン州における数学教育の研究を見ても、ミッテルシュレーを植村・守屋（2011）が、リアルシュレーを守屋（2012）が行っている。しかし、残り一つの学校種ギムナジウムに対する数学教育の研究は、未だ多くされていない。ノルトライン・ベストファーレン州のギムナジウムに関して、國本（1993）が教育課程の構成や学習指導要領の紹介等を踏まえた「教授プラン」について記述しているが、それ以降この領域に焦点化された研究はない。そこで本稿ではバイエルン州で学力の高いギムナジウムで使われている指導要領・教科書を参考にし、カリキュラムの言及だけでなく ICT 活用と現実事象に関する扱いの特徴を分析し、日本と比較した。

## 2. バイエルン州の教育システムについて

バイエルン州の児童は初等教育修了後、3 分岐された学校種の中から選択し、中等教育へ進学する。日本の初等教育同様、6 歳の時から基礎学校（グルントシュレー）で学び始め、卒業した後<sup>1)</sup>の前期中等教育は中等学校（ミッテルシュレー）、実科学校（リアルシュレー）、ギムナジウム<sup>2)</sup>の中から 1 つ選び進学する。グルントシュレーは 4 年制で日本の小学校にあたる。ミッテルシュレーは 5 年制であり卒業後は職業訓練・見習いとして就職する者が多い。リアルシュレーは 6 年制で卒業すると全日制職業学校に進学でき、将来の事務職や専門職を目指す者が多い。ギムナジウムは 8 年制で大学進学を目指す者が進学し、卒業後はアビトゥア<sup>3)</sup>を取得することが可能となる。

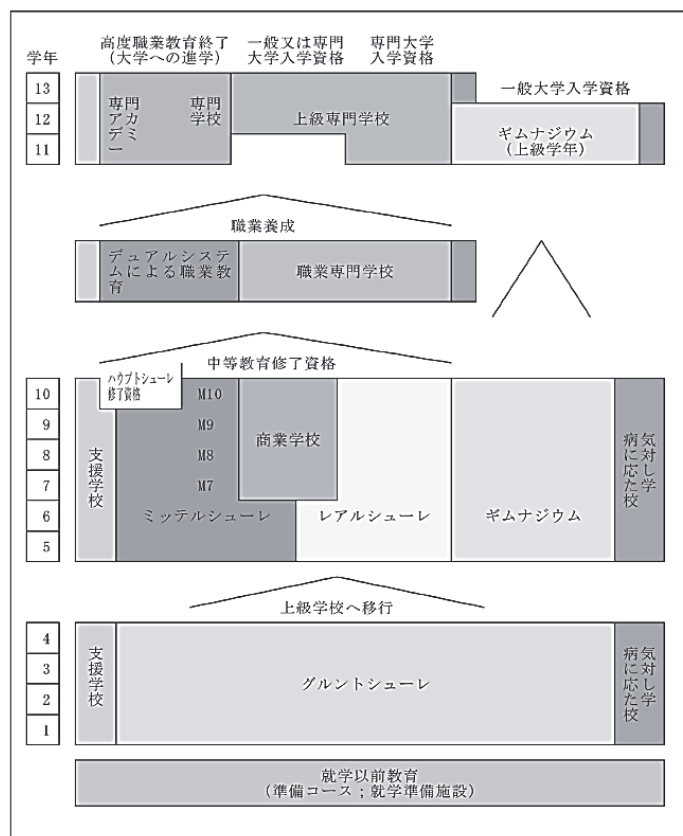


図 1 バイエルン州学校系統図 古内他（2015）より

### 3. ギムナジウムの教育の現状

OECD の学習到達度調査（PISA）2006 年の数学リテラシーは OECD 平均を 500 点とするとドイツは 504 点であり、日本は 523 点である。両国とも平均点を上回っているが、ドイツは日本の平均点よりは低い。州別に見てみるとバイエルン州は 516 点、ブレーメン州は 452 点と上位と下位では 60 点ほどの差があり、地域格差が見られる。次に学校種別に平均得点を見てみると、2012 年ではバイエルン州ギムナジウムの平均得点は 589 点となっている。これは PISA2012 調査における全参加国・地域（65 か国・地域）の中でも、上海（1 位：613 点）とシンガポール（2 位：573 点）の間に位置づけられる。加えてミッテルシュレーは 424 点、レアルシュレーは 508 点となっている。図 2 は学校種別の PISA2012 調査への参加率と数学的リテラシーの平均得点を表したものである。

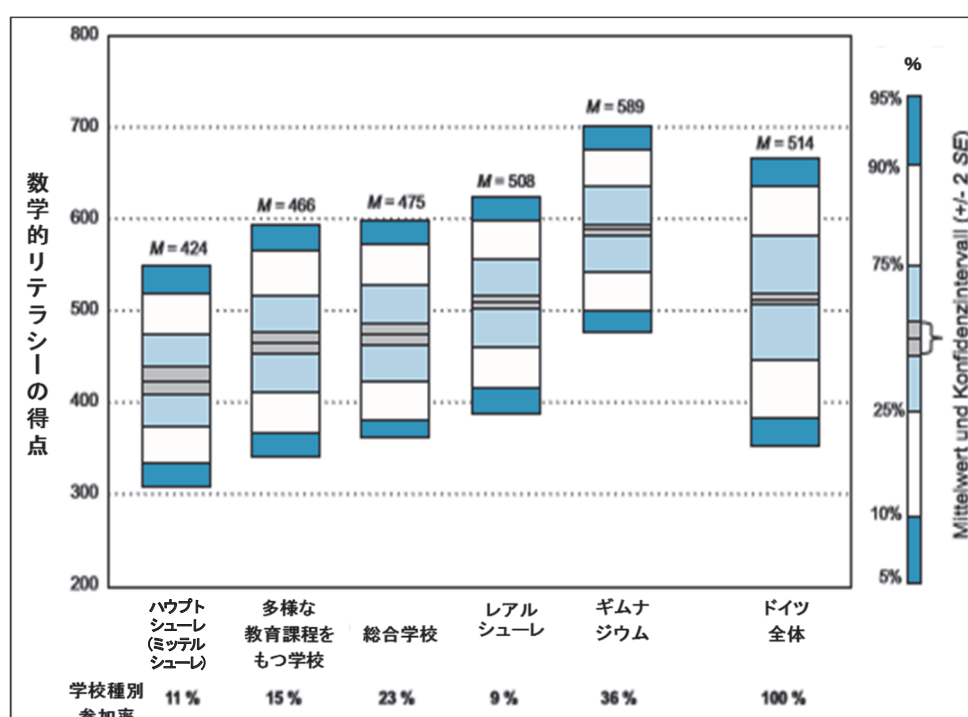


図 2 学校種別 PISA2012 数学的リテラシーの得点分布（バイエルン州）OECD より

### 4. ギムナジウムの数学の教育目標及び内容

バイエルン州のギムナジウムには上記のような教育システムや現状がある上で、個に合わせたカリキュラムが組まれている。教育目標に関しては、「数学的概念や事象を学び、言語、数式やグラフによって表現する力を養う。」「問題を解決する能力を獲得し、正確な答えを導き出せるようにする。」「数学的思考や方法によって専門分野だけでなく、日常生活でも数学が使われていることを知る。」「数学的なテーマを扱うことで喜びを感じさせ、好奇心を持てるようにする。」の 4 つの内容を設定し、アビトゥア取得を目的とした日常生活や科学事象に関連した高度な数学を扱う。

また、指導される数学の領域は、5 領域<sup>4)</sup>ある州も存在するが、バイエルン州では「数」「図形」「関

数」「確率・統計」の4領域に焦点を絞り、学習内容が組まれている。

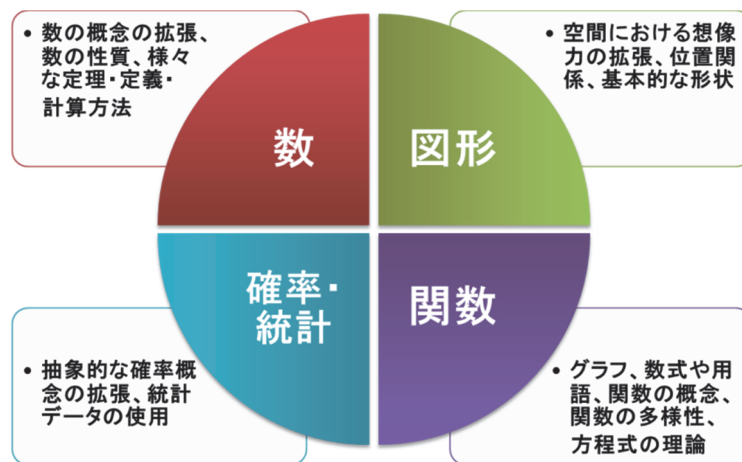


図3 指導される数学4領域の概要  
(バイエルン州文部省公式HPより筆者訳出・作成)

さらにバイエルン州では第5学年～第7学年をⅠステージ、第8学年～第10学年をⅡステージ、第11学年～第12学年をⅢステージとして各段階で身に付けるべき能力を、次のように設定している。

<Ⅰステージ（第5学年～第7学年）>

- 現実事象に即した実用的な演算
- 操作活動を通じて得る、幾何学的な創造性
- 幾何学的な知識や美的感覚

<Ⅱステージ（第8学年～第10学年）>

- 事象を抽象化する力
- 状況を分析したり、構造化したり、規則を発見する力
- 歴史的・文化的な知識

<Ⅲステージ（第11学年～第12学年）>

- 既習の知識を新たな研究や職業に生かす力
- アビトゥア試験へ向けた高度な数学的知識・技能の習得

日本でも各学年で身に付けるべき能力については学習指導要領に明記されているが、バイエルン州には特徴的な内容が明記されている。Ⅰステージの「幾何学的な知識や美的感覚」は平面的・立体的な図形を見たり作図したりすることを通して養う。Ⅱステージの「歴史的・文化的な知識」はピタゴラスの定理などを学習する際に人物の経歴について触れたり、定理が完成されるまでの歴史を知る時間が設定されている。Ⅲステージの「アビトゥア試験へ向けた高度な数学的知識・技能の習得」では卒業後のアビトゥア試験に向けた指導が行われる。教科書内にもアビトゥア試験へ向けた例題及び問題が記載されている。

## 5. 日本との教科書比較

まず教科書比較をするにあたってバイエルン州で使われている教科書「Fokus Mathematik」を用いて授業時間数について言及する。そして本稿では、教科書内の大きな特色として「ICT 活用場面」と「現実事象と数学の関連」に焦点を絞り比較していく。

### 5.1 各学年の授業時間数と代数活用事例

バイエルン州では各学年総時間数が同じというわけではなく、日本のように各領域をほぼ全学年通じて学ぶということはない（表 2）<sup>5)</sup>。ある単元を集中的に学ぶ傾向がみられる。下の表 1 を参考にすると第 5・6 学年では「数」、第 7・9・12 学年では「図形」、第 8・10・11 学年では「関数」をそれぞれ他の領域より時間数を多く設定して学習することがわかる。

表 1 学年別・領域別の授業時間数＜ドイツ＞

（バイエルン州文部省公式 HP より筆者作成）

|         | 総時間数 | 数  | 図形 | 関数 | 確率・統計 |
|---------|------|----|----|----|-------|
| 第 5 学年  | 112  | 75 | 37 |    |       |
| 第 6 学年  | 112  | 60 | 22 |    | 16    |
| 第 7 学年  | 112  | 25 | 52 | 12 | 11    |
| 第 8 学年  | 84   |    | 15 | 57 | 12    |
| 第 9 学年  | 112  | 14 | 47 | 34 | 11    |
| 第 10 学年 | 84   |    | 16 | 58 | 10    |
| 第 11 学年 | 114  |    | 22 | 73 | 10    |
| 第 12 学年 | 84   |    | 36 | 22 | 26    |

表 2 学年別・領域別の授業時間数＜日本＞

（東京書籍 HP より筆者作成）

|           | 総時間数 | 数  | 図形 | 関数  | 確率・統計 |
|-----------|------|----|----|-----|-------|
| 小学校第 5 学年 | 175  | 66 | 54 | 3   | 25    |
| 小学校第 6 学年 | 175  | 30 | 34 | 36  | 16    |
| 中学校第 1 学年 | 125  | 60 | 35 | 20  | 10    |
| 中学校第 2 学年 | 94   | 29 | 36 | 20  | 9     |
| 中学校第 3 学年 | 111  | 50 | 43 | 13  | 5     |
| 高校第 1 学年  | 172  | 51 | 50 | 26  | 39    |
| 高校第 2 学年  | 210  | 55 | 59 | 66  | 30    |
| 高校第 3 学年  | 130  |    | 18 | 112 |       |

「数」領域は第 5 学年～第 7 学年に大幅に時間が設定されているが、これは数に関して早い段階で学習することによって、代数計算を幾何や解析に応用するためである。実際に解析に応用されている事例を見てみる。

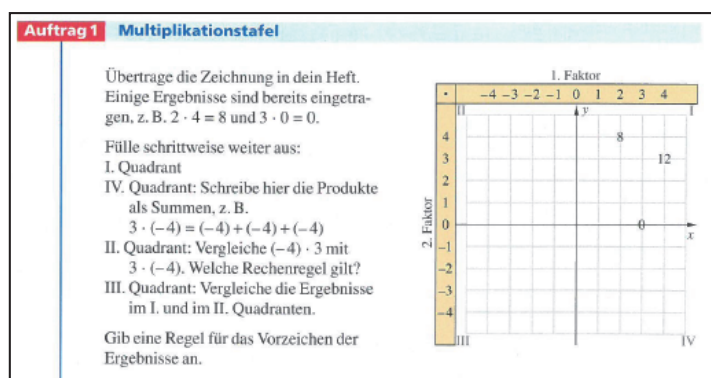


図 4 代数計算を解析へ応用している場面

法・意味の理解を目指す。このように代数計算の解に執着するのではなく、その解を応用し、形や場所を表現することに重きが置かれている。

## 5.2 ICT 活用場面と種類

バイエルン州では ICT 機器・ソフトを 1 つだけに絞り活用するのではなく、関数電卓や電子黒板、iPad, Algebra, Excel 等多様な ICT 活用に努めている。ここでは GeoGebra を活用した事例について言及する。

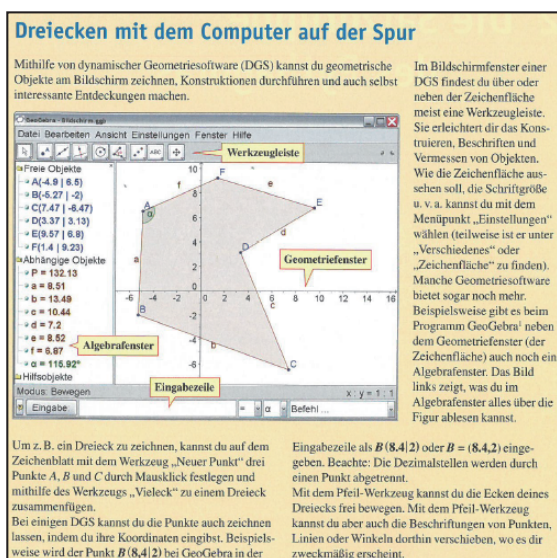


図 5 バイエルン州第 9 学年（日本の中学校 3 年生）GeoGebra を活用した図形の作図事例

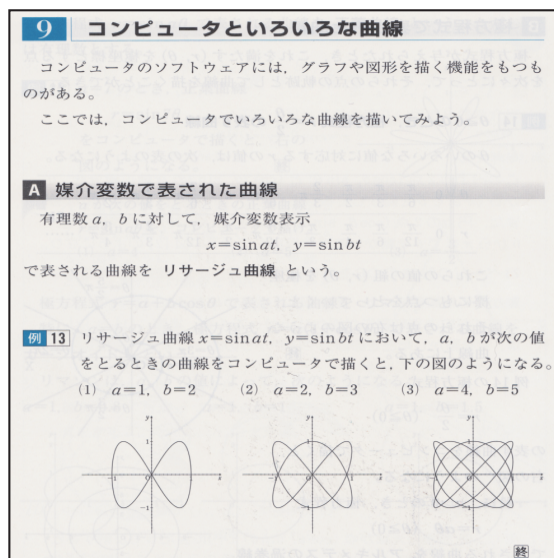


図 6 高校 3 年生 コンピュータを活用したグラフの描画事例

バイエルン州で扱われている教科書と日本の教科書を見てみると ICT の活用場面は大きく異なる。ドイツでは第 7 学年（日本の中学校 1 年生）以降 ICT の活用が頻繁に行われ、教科書内に活用事例が多く載せられているが、日本では ICT の活用場面は非常に少ない。

また、活用方法の説明に関しても大きく異なる。図 5 のようにバイエルン州の教科書ではまず幾何ソフトの説明が記載されている。そして GeoGebra の使用方法についても ①座標の打ち方 ②辺の長さ、角度の大きさの確認 ③式の入力 ④座標軸の表記という順に詳細に記されている。一方、日本の教科

書では説明については省かれ、例示がされている。教科書を参考にソフトの使用方法について自身のみで理解することは難しいといえる。つまり、バイエルン州の教科書の流れとして ICT 活用場面では「説明」「例示」「問題」という順になっているのに対して、日本では「例示」「問題」という順になっており、個々が進んで活用できる環境の提供がなされている。また、教科書内での作図・描画課題について比較してみると、バイエルン州では幾何ソフトを任意の三角形の作図や移動による合同な図形の作図など「図形を正確に描くために使用」する人が多い。一方、日本では曲線や曲面など「複雑なグラフを描画するために使用」する人が多い。

### 5.3 日常生活の数学

バイエルン州では 2010 年、州文部省により「レアプランプラス」が策定されてから、初等教育段階より現実事象と数学の関連を強める指導がなされている。これは教科書内にも顕著に表れており、中等教育前期では「日常生活の数学」という単元名が設定されている程である。また第 5 学年・第 6 学年では現実事象に関わる時間数が大幅に取られ初等教育からの急激な学習内容の変化を和らげている。

表 3 単元名「日常生活の数学」に関連する学年と時間数

| 学年             | 小単元名              | 時間数   |
|----------------|-------------------|-------|
| 第 5 学年 (38 時間) | 大きさや単位            | 18 時間 |
|                | 面と面積の測定           | 20 時間 |
| 第 6 学年 (46 時間) | 面積と体積             | 22 時間 |
|                | 百分率, 比例, ダイアグラム   | 10 時間 |
|                | 応用                | 14 時間 |
| 第 7 学年 (11 時間) | データ, ジオグラム, パーセント | 11 時間 |

「日常生活の数学」単元は、ある特定の領域と結びつけるのではなく、4 つの領域それぞれに沿った形で学習する機会を設けている。前学年を通じて第 6 学年が最もこの単元に時間を割り当てており、これは第 6 学年の総時間数の 3 分の 1 に相当する。



図 7 バイエルン州の第 5 学年（日本の小学校 5 年生）マッチとスパゲティーを題材とした単位量あたりの重さや長さを求める問題



図 8 バイエルン州の第 6 学年（日本の小学校 6 学年）バスケットボールを題材としたフリースローの成功率を求める問題

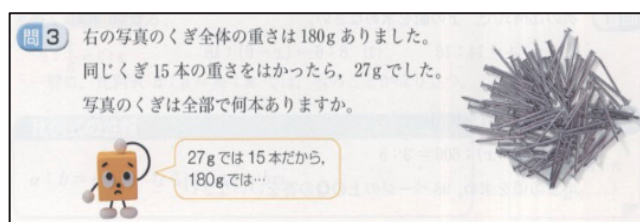


図 9 日本の中学校 1 年生 比例式の応用

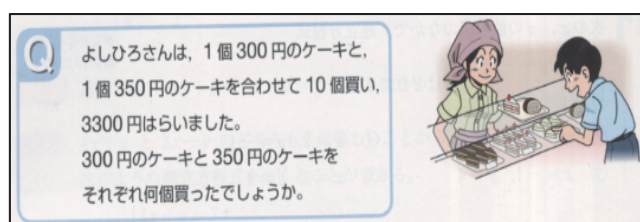


図 10 日本の中学校 2 年生 連立方程式の利用

ここで、教科書内の活用事例について言及する。上記の図 7・8 はバイエルン州の教科書内から、図 9・10 は日本の教科書内から一部抜粋したものである。それぞれの課題を分析すると、バイエルン州ではマッチやスパゲティーなど実際に売られている商品をそのまま題材にしたり、バスケットにしても実際に存在する選手を取り上げたりする課題となっている。つまり実在するものを題材とする「現実事象に即した課題」となっている。一方、日本では、ある場面に生徒が遭遇した場合を考える、つまり実在するものをそのまま取り上げるというよりは、実在しそうだが計算しやすくしたものを題材とする「現実事象を想定した課題」が設定されていることが多い。

## 6. おわりに

本稿では調査の方法として「① PISA や報告書による実態の言及」と「②教科書や指導要領による内容の言及」を行った。①では、学校種別、学年別に段階的に綿密に指導している実態を調査することで、バイエルン州では個々の目的に応じた教育目標や内容が設定されている点を明らかにした。②では、次の 3 点が明らかとなった。学年ごとにある領域に焦点を絞った集中的な学習が提供されているということ、つまり、第 5 学年から第 7 学年までで代数領域の内容を集中的に学び、その後の幾何や解析分野の内容へ応用しているということ、そして ICT の活用場面及び活用方法の説明が綿密に

されており、現実事象を活用する課題が設定されていたということである。

以上、本稿で明らかとなったことを踏まえ日本の数学教育への提言として以下のことを示したい。まず1点目は代数領域の早期教育である。日本では実数範囲までの数概念は高校第1学年で学び終える。しかし、バイエルン州では実数範囲まで早い段階で指導がなされており、このことは図形や関数の教育に向けて非常に効果的であると考えられる。早い段階で実数の範囲まで数概念を確立することによって大きさや長さに関して抽象的な概念への移行がスムーズに行われるのは1つの利点である。また2点目に教科書内の題材の検討及び個々の学習が円滑に行われるような記載への変更である。題材が自分達の生活に身近であることは生徒たちの「数学が社会で役立つと思う意識」を伸ばしてくれる。そして、教科書内の説明が豊富であれば学習意欲の高い児童・生徒は進んで意欲的に勉学に励むことができ、学力の低い児童・生徒であっても教科書内の詳細な記述を見ることができれば自学自習の可能性を大きく広げるのではないだろうか。以上の2点を主張したい。

今後の研究としては、ギムナジウム段階の指導要領や報告書の更なる調査をすることで、系統性やコンピテンシー等について詳しく言及したいと考える。またある領域に焦点を絞り、日本とバイエルン州の児童・生徒の学力及び学習意識について比較調査をしたいと考えている。その上で文献だけに頼らない児童・生徒の実態を明らかにしていく予定である。

#### 注記

- 1) グルントシューレを終え、進学した後の2年間は生徒のオリエンテーション（観察指導）段階が設けられており、他の種類の学校に移ることが出来る。
- 2) バイエルン州では8年制ギムナジウムが導入されており、学習期間を延長させることが出来るフレキシブルイヤーの制度がある。
- 3) アビトゥア資格はギムナジウム卒業後に受ける国家試験であり、1度合格すると一生使える資格である。しかし、一生に2回までしか受けることが出来ないため、2回とも落ちてしまうと受験する資格を失ってしまう。
- 4) 5領域目に「パターンと構造」という領域を設定している州もある。
- 5) 全学年を通じて、応用問題を解く授業時間は省いている。また、高校では1学年で「数学Ⅰ及びA」を、第2学年で「数学Ⅱ及びB」を学習することとしている。また微分・積分学に関してはドイツ・日本ともに関数領域の授業時間に含めている。

#### 謝辞

本論文を作成するにあたり、玉川大学の守屋誠司教授から、丁寧かつ熱心なご指導を賜りました。ここに感謝の意を表します。

## 引用・参考文献一覧

IEA, <http://www.iea.org/> (2015/9/20)

OECD, <http://www.oecd.org/pisa/> (2015/9/20)

国立教育政策研究所, <http://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/index.html> (2015/7/30)

国立教育政策研究所, 「算数・数学のカリキュラムの改善に関する研究 ―アメリカ, イギリス, ドイツ, フランスの全国的・全州的な教育過程―」, 『教科等の構成と開発に関する調査研究』研究成果報告書 (12), 2002, pp.62-94

Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung München (学校の質とミュンヘンの教育研究のための国立研究所), <http://www.isb.bayern.de/> (2015/9/20)

Stanley William Burton & A.C. Nicholls, 「Fokus Mathematik 5-12」, Cornelsen, 2008

東京書籍株式会社, <https://www.tokyo-shoseki.co.jp/> (2015/9/20)

原田信之「教育スタンダードによるカリキュラム政策の展開―ドイツにおける PISA ショックと教育改革―」, 九州情報大学研究論集, 8 巻 1 号, 2006, pp.58-61

藤井齊亮 他「新しい数学 1-3」, 東京書籍株式会社, 2012

古内一樹・浦野弘「ドイツの学校教育制度改革の現状―中等学校の事例を通して―」, 秋田大学教育文化学部研究紀要 教育科学部門 70, 2015, pp.175-180

守屋誠司「職業教育に繋がる中等教育における数学教育について―ドイツの職業教育の紹介―」, 玉川大学教育学部紀要, 2012, pp. 121 ~ 134

守屋誠司・植村友紀「ドイツ・バイエルン州の基幹学校 (Hauptschule) の数学教育について―教育目標と卒業試験問題から―」, 京都教育大学教育実践研究紀要第 11 号, 2011, pp.31-40

文部科学省, <http://www.mext.go.jp/> (2015/9/20)

WAXMANN, <http://www.waxmann.com/> (2015/9/20)