

クントの実験における粒子の集まり方

福島いずみ

洛南高等学校 izumi401@m5.dion.ne.jp

キーワード：クントの実験，粒子の集まり方，節と腹，スピーカー，気柱共鳴，高校物理

（受付：2013年2月25日）

I. はじめに

高校物理 I の「音と振動」（単元「波」）に登場する縦波は，横波にくらべ生徒にはわかりにくい。まして縦波の定常波となるとなおさらである。水だめを上下させる気柱共鳴の実験を体験しているにもかかわらず，目に見えない定常波の腹や節がなかなか実感できない。それらをみごとにを見せてくれるのがクントの実験である。これなら腹と節の位置がはっきり見える。ただし，未解明の難問がふたつある。それは気柱に封入する粒子の種類によって集まる場所が逆になる理由。そして腹の部分を中心に美しい縞模様ができる理由である。解明は難しいが，こうした目に見える違いが生徒の興味をかきたてることはまちがいない。本稿では逆転が起こる過程をあきらかにした。

II. 実験

1. 実験装置の工夫

- ①水圧実験用の透明アクリルパイプ（目盛り付き，内径 5cm，長さ 30cm，厚さ 4mm）を気柱として使用し，気柱に密着するようにスピーカーを固定し，発振器からの音をアンプで増幅して気柱内に送り込む。気柱と同じ径のスピーカーを用い，スピーカーの後ろにカバーをつけ粘土で目張りすることで音漏れを防いだ（図 1）。

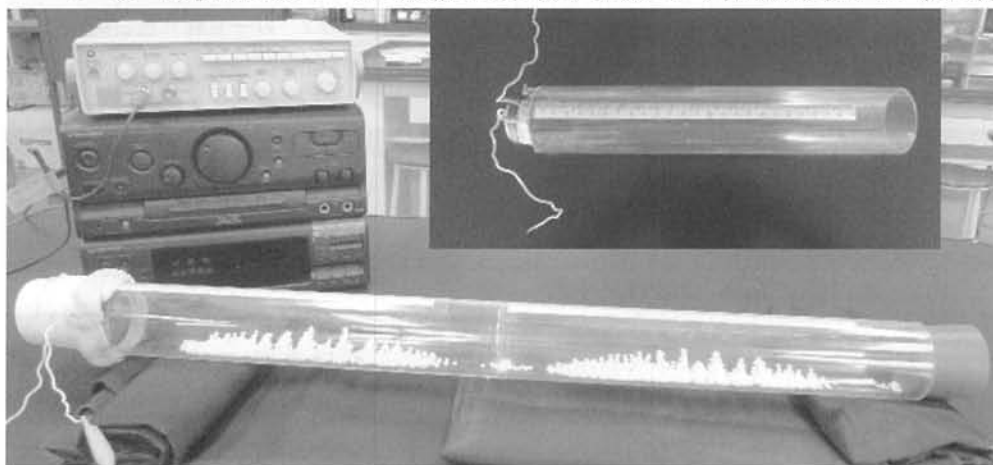


図 1 実験装置全体，右上は水圧実験用アクリルパイプとスピーカー

- ②連続使用するとスピーカーが壊れるので 1 回の試行は 30 秒以内にとどめた。
- ③スピーカーの消費電力に見合った音量限度を超えないように注意した。
- ④静電防止スプレーを使用し，静電気の影響をできるだけ排除した。

2. 実験方法：気柱に粒子を均等に入れ、共鳴するときの粒子の動きを観察する。

①気柱長を 30cm, 60cm, 90cm と変えて共鳴するときの様子を観察する。

②スピーカーと反対側の開口端をゴム栓で閉じた場合と、ガーゼで覆った場合の違いを観察する。ガーゼで覆うのは空気だけを通し、粒子を通さないためである。

③入れる粒子の材質や大きさを変え、違いを観察する。

3. 実験結果

1) 発泡ポリスチレン中粒 (2~3mm φ), 同小粒 (1.2~1.5mm φ) を用いて、共鳴が強くはっきりと観察された場合を◎, よく観察できた場合を○, 弱くしか観察できない場合を△, ほとんど分からない場合を×とすると、表 1 のようになった。

表 1 共鳴の強さ (発泡ポリスチレン中, 小粒使用)

	ゴム栓 (固定端)			ガーゼ (自由端)
気柱長[cm]	90	60	30	90
基本振動数[Hz]	◎190	◎300	◎600	◎95
2 倍振動[Hz]	◎380	◎600	◎1200	
3 倍振動[Hz]	△570	◎900	◎1800	◎285
4 倍振動[Hz]	×760	○1200	◎2400	

① スピーカー側は固定端 (節) になった。

② ゴム栓側は固定端 (節) になった。

③ ガーゼの側は自由端 (腹) になった (図 2)。

④ 腹の中心で粒子の振動が最も激しい。

⑤ n 倍振動の n が大きくなるほど腹での粒子の振動は小さくなる (図 3, 図 4, 図 5)。

⑥ 腹では粒子が激しく振動しながら整列して立ち上がり、列は周期的な縞模様を形成する。縞の間隔は封入した粒子の大きさや種類によって異なる (3) で詳述)。



図 2 ガーゼ側 (自由端)



図 3 基本振動 (60cm 300Hz)



図 4 2 倍振動 (60cm 600Hz)



図 5 3 倍振動 (60cm 900Hz)

2) 気柱長 60cm 振動数 600Hz (2 倍振動) で粒子の材質・大きさを変えて比較する。



図 6 発泡ポリスチレン大粒 (5~6mm φ) : 動きは鈍く腹の方にかたよる傾向を示す。立ち上がらない。



図 7 発泡ポリスチレン中粒 (2~3mm φ) : 全体によく動き、節付近から移動して腹に集まる。腹では周期的に粒子が整列して立ち上がる。



図 8 発泡ポリスチレン小粒 (1.2~1.5mm φ) : やや腹の方に寄る傾向を示すが移動速度は遅く、節付近の粒子は全く動かない。腹付近では粒子が整列して立ち上がる。



図 9 コルク粉 (300μm~700μm) ジオラマ用コルクパウダー : 腹の付近では粒子が整列して立ち上がり、よく振動するが移動はしない。節の付近の粒子は全く移動しない。



図 10 微細木粉 (~50μm x 250μm) ジオラマ用カラーパウダー : 粒子は節の方に寄ってくるが、移動速度は遅い。腹では粒子が整列して立ち上がり、非常に細かい粉は舞い上がり渦流となり粉の輪ができる。



図 11 超微細木粉 (~25μm x 150μm) ジオラマ用シーナリーパウダー : 腹では粒子が整列して立ち上がり節の方に移動する。移動速度は速く節付近の粒子は全く動かないため節と腹の間あたりに堆積する。



図 12 ペーキングパウダー (~10μm) : 腹の部分の拡大、腹では幅 2mm の渦ができるが、全体としては管壁について移動しない。



図 13 石松子 (25μm φ) ヒカゲノカズラの胞子 : 腹の部分の拡大、粒子が煙のように激しく舞い上がり、節の方へどんどん移動していく(上)。腹中心にはほとんど粒子がなくなるが、粒子同士がくっついた塊が腹中心部に残り、幅 5mm の渦を形成する。とくにパイプ底部でこの現象は顕著なので穴があいたようになる。

そのほかコーンスターチ (6~25μm)、餅粉 (5~25μm)、食卓塩 (250μm) は全く動

かず、大きな発泡ポリスチレン球（25mm φ）はゆっくりと腹の方に移動した。

3) 縞模様の間隔

①腹の付近で最も広く、節の方に近づくほど狭くなる傾向がある。（図 14～17）

②同じ振動数では粒子が小さいほど狭くなる。

③同じ粒子では振動数が低いほど広くなる。



図 14 腹と節付近（発泡ポリスチレン小粒，気柱長 90cm，振動数 95Hz，腹で 7.5mm 節付近で 3mm の間隔）



図 14 腹付近（コルク粉，気柱長 60cm，振動数 300Hz，腹中心では 8mm，節よりで 4mm の間隔）



図 15 腹中心部の拡大（コルク粉，気柱長 60cm，振動数 300Hz，腹中心では 8mm の間隔）



図 16 腹付近の拡大（超微細木粉，気柱長 60cm，振動数 600Hz，腹中心で 2.6mm，節よりで 1.5mm の間隔）

4) 粒子の移動

①発泡ポリスチレン粒子が腹に向かって移動するのに対し，超微細木粉では，腹の部分で粒子が小さく振動しつつ，整列して立ち上がり，列の位置は変わらないが，列の構成粒子は入れ替わり，次々と節の方への移動が起こる。腹中心部の粒子の数は徐々に減っていき，最終的にはほとんどなくなる（図 18）。また，最後まで腹の部分に残っていた超微細木粉の粒子を光学顕微鏡で観察すると，微細木粉（図



図 17 粒子が腹から節の方移動していく過程（超微細木粉，約 3 分間）

で腹の部分に残っていた超微細木粉の粒子を光学顕微鏡で観察すると，微細木粉（図

19a) 程度の大きさであることが分かった (図 19d)。

②音量が一定のとき、粒子が動くかどうかは、粒子の密度の大小と粒子の形状および大きさで決まる。密度が小さく粒子同士の接触面積が小さい方が動きやすい。また粒径が小さいものほど節の方に運ばれやすい。粒径の大きいものは腹の部分で安定的に振動を続ける。図 19 に粒子の光学顕微鏡写真を示す。

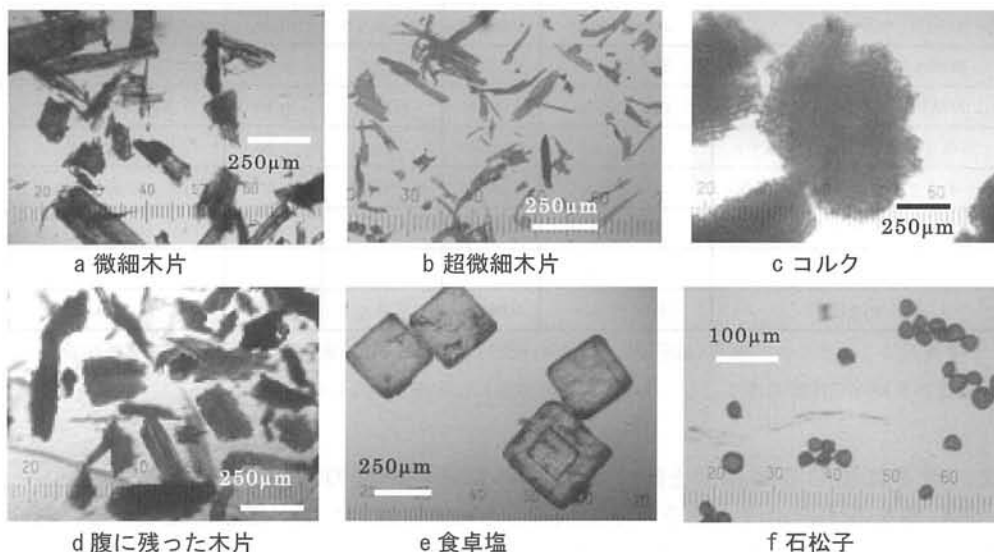


図 18 実験に用いた粒子の光学顕微鏡写真

Ⅲ. 考察

1. 腹に集まるか否かの分岐点と粒子の大きさ・密度の関係

実験から腹に集まる場合と、腹から運び出される場合があり、腹に集まるか否かは、粒子の形状や密度によって決まると考えられる。その関係を明らかにするため、粒子の平均の大きさ、密度と集まる場所をまとめた (表 2)。これをもとに、断面積と密度の最も小さいものが 1 となるように対数をとって集まり方との関係をグラフで示した

(図 20)。これより、密度が小さく断面積が大きいと腹に集まり、密度がある程度小さく断面積が小さい場合、腹から排除されることがわかる。今回使用したコルク粉はちょうどその境目にあたっているらしい。また密度が大きすぎると断面積が小さくても反応しない。

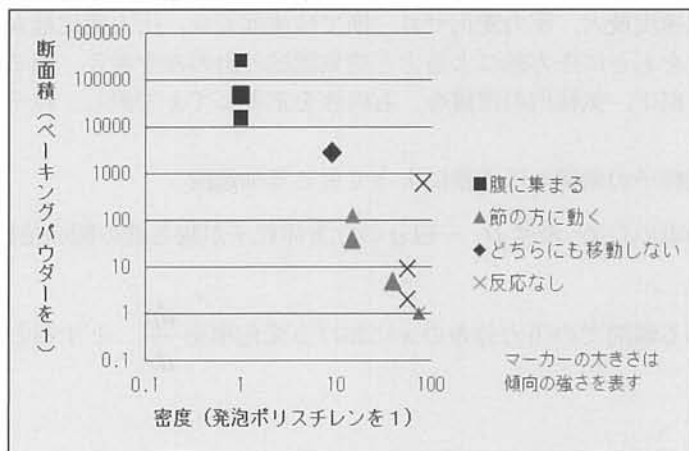


図 19 粒子の断面積・密度と集まり方

表2 粒子の大きさ、形状、密度と集まり方*

粒子の種類	平均の大きさ	断面積 mm^2	形状	密度 g/cm^3	集まり方
発泡ポリスチレン大粒	直径5.8mm	26.42000	球形	0.027	やや腹の方に寄る
発泡ポリスチレン中粒	直径2.5mm	4.90900	球形	0.027	腹に集まる
発泡ポリスチレン小粒	直径1.4mm	1.53900	球形	0.027	やや腹の方に寄る
コルク粉	400×700 μm	0.28000	かたまり状	0.24	どちらにも移動しない
微細木片(カラーパウダー)	50×250 μm	0.01250	短冊状	0.40	節の方にゆっくり動く
超微細木片(シーナリー粉)	25×150 μm	0.00375	短冊状	0.40	節の方に動く
石松子(ヒカゲノカズラ孢子)	直径25 μm	0.00049	球形	1.05	節の方に動く
ベーキングパウダー(重曹主体)	10×10 μm	0.00010	粒と結晶	2	節の方に微動・反応なし
コーンスターチ	10×20 μm	0.00020	粒の集合	1.5	反応なし
餅粉(米澱粉)	30×30 μm	0.00090	粒の集合	1.5	反応なし
食卓塩	250×250 μm	0.06250	立方体結晶	2.17	反応なし

*発泡ポリスチレンの密度は測定値、ほかの物質の密度は理科年表および日本粉体工業技術協会 APPIE 標準粉体説明書による。なお、木片は乾燥したスギとみなした。

2. 粒子に生じる加速度と粒子の大きさおよび密度の関係

腹に集まるか否かは、粒子の移動が起こる理由と直結していると考えられる。気柱共鳴が起きて、定常波ができているとき、気柱内の粒子が受ける力は、水平方向には、粒子の両側からの空気の圧力の差（圧力勾配）による力、粒子の空気に対する相対速度の2乗に比例する空気抵抗、相対速度に比例する粘性抵抗、管壁との摩擦力、粒子間の摩擦力および粒子間にはたらく静電気力（斥力）と管壁と間の静電気力（引力）などである。また鉛直方向には、重力、空気の流れによって生じる揚力、管壁からの垂直抗力、管壁からの静電気力（引力）および粒子間にはたらく静電気力（斥力）などである。

要素が多く複雑なので、先行論文（笹川，2009）を参考に、静電気力と摩擦力を無視し問題をわかりやすく単純化すれば、基本的には、縦波の定常波であるから、腹では速度最大、圧力変化ゼロ、節では速度ゼロ、圧力変化最大であると考えてよい。これをもとに圧力差による力と空気抵抗の力のみを考え、粒子の加速度を考えてみる。

以下、気柱内の位置を、右向きを正として x で表し、粒子の加速度を α とする。

①粒子の両側の圧力差によって生じる加速度

簡単のため、密度 ρ 、一辺 a の立方体粒子が腹と節の間の位置 x にある場合を考える。

ある瞬間での圧力分布の x における変化率を $\frac{dp}{dx}$ とすると、 a は微小なので、粒子

の両側での圧力差は $p(x) - p(x+a) = -\frac{dp}{dx} \times a$ とかける。したがって、粒子の

運動方程式は $m\alpha = \{p(x) - p(x+a)\}a^2$ ここで質量 $m = a^3 \times \rho$ だから、加速

度 α は $\alpha = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dx}$ と近似できる。

②空気抵抗による加速度

i) 粒子の空気に対する相対速度 $V(x)$ が大きい場合 (慣性抵抗)

空気抵抗は $V(x)$ の 2 乗に比例する。空気の密度 ρ_0 、粒子は半径 r の球で、

粒子の密度 ρ 、とすると、 $m = \frac{4\pi r^3}{3} \times \rho$ だから、粒子の運動方程式は

$$\frac{4\pi r^3}{3} \cdot \alpha = \frac{\rho_0 \pi r^2}{4} \cdot V(x)^2, \text{ よって } \alpha = \frac{3\rho_0}{16\rho r} \cdot V(x)^2 \text{ となる。}$$

ii) $V(x)$ が小さい場合 (粘性抵抗)

空気抵抗は $V(x)$ に比例する。空気の粘性 η 、粒子は密度 ρ 、半径 r の球とすると

$$\text{粒子の運動方程式は } \frac{4\pi r^3}{3} \cdot \alpha = 6\pi\eta r V(x) \text{ よって, } \alpha = \frac{9\eta V(x)}{16\rho r^2} \text{ となる。}$$

③以上より、

$$\text{i) } V(x) \text{ が大きい場合} \cdots \cdots \alpha = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{3\rho_0}{16\rho r} \cdot V(x)^2$$

$$\text{ii) } V(x) \text{ が小さい場合} \cdots \cdots \alpha = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{9\eta V(x)}{16\rho r^2} \quad \text{と近似できる。}$$

腹では $\frac{dp}{dx} = 0$ 、 $V(x)$ 最大だから、i) より ρ 、 r が小さいほど α が正で大きい

ので節の方へ移動する。(r が大きければ腹の近くで腹を中心に単振動するといえる。)

節では圧力の時間変化は最大だが、つねに両側から同じ圧力を受けるので、圧力差

による力は0であり、 $V=0$ なので、 $\alpha=0$ となって ρ 、 r によらず静止する。

よって、おおざっぱな近似ではあるが、実験結果と一致するといえる。

3. 粒子が腹付近でつくる縞の間隔について

① 腹の部分で粒子が整列して立ち上がる理由

先行研究（熊本工業高校物理部，2009）によれば、腹では粒子の上を流れる空気の速度が大きいため粒子に揚力が生じて浮上すると考えられる。浮上すると、下にある他の粒子との間の狭い隙間に空気の強い流れができるため、その隙間部分の圧力が下がり、粒子間に引力がはたらき、下の粒子を上を引き上げ、その下の粒子も同様に引き上げられ立ち上がる。また、空気の速い流れは前後方向のみなので、前後方向には粒子間に引力がはたらかないので壁は薄くなると考えられる。

② 縞の間隔について

細かい粉体が巻き上がるようすから、立ち上がった粒子の後ろに渦流ができていることがわかる。粒子が大きいほど間隔が広いことから立ち上がった粒子の壁が障害物となり、空気の回り込みが起こり周期的な縞模様になるのだと考える。縞が安定化するの渦流と共鳴状態で生じる高次の倍音との共鳴が起こるような間隔においてだろう。腹で間隔が最も広いのは腹での空気の流速が大きいため渦が大きいからで、振動数が低いほど間隔が広いのは、共鳴する高次の倍音の波長が長いとためと考えられる。

IV. まとめ

クントは石松子を用いて実験をし、節に集まること発見したとされる。しかし実教出版物理 I 教科書（大槻ほか，2005）口絵 6 の発泡ポリスチレン粒子を用いた実験の写真では粒子は腹に集まっている。はじめて疑問を感じたのはこの写真を見たときである。最近になって使いやすい材料が手に入り、やっと実験にこぎつけた。本実験によって、単に集まる場所が逆転するのではないこと、石松子は節に集まるというより腹から運び出されるのだということがわかった。したがって境目は不連続な逆転ではなく、連続的な変化の途中としてのどちらにも移動しない定常状態であるということがわかった。粒子の移動が起こる理由は、粒子の形状による粒子間の摩擦や、静電気力など計算できない要素があり、正確に解明することはできなかった。しかし、生徒とともに色々な粒子で試してみるうち、腹が何個できているから何倍振動だ、長さが 60cm で音速が約 340m/s だから波長がいくらず振動数いくらずだと生徒同士が言い合うようになるなど、縦波の定常波へ生徒の理解は深まったといえる。

文献

- 大槻義彦ほか 8 名 2005. 物理 I 実教出版，口絵 6.
笹川民雄 2009. クントの実験における粒子の運動. 物理教育 第 57 巻 第 3 号，201-208.
中根一朗 2012. スギ花粉の浮遊飛散挙動と落下後の跳躍挙動に関して. 日本機械学会論文集 (B 編) 78 巻 790 号 1223.
日本粉体工業技術協会 2010. APPIE 標準粉体説明書 3-4.

東京天文台編纂 1987. 理科年表, 丸善, 439.

熊本県立熊本工業高校物理部 2009. 気中共鳴管の中の粒子がつくる構造について

<http://www.higo.ed.jp/edu-c/kagakuten/h20list/pdf/hs1.pdf>