模型によってステレオ投影を視覚的に理解する試み

三上禎次[1)]，田中里志[2)]，鈴木茂之[3)]

1）岡山大学大学院自然科学研究科地球・環境システム科学博士研究員　rcacky@mail.goo.ne.jp

2）京都教育大学　理学科　stanaka@kyokyo-u.ac.jp

3）岡山大学大学院自然科学研究科地球・環境システム科学　zysuzuk@cc.okayama-u.ac.jp

キーワード：ステレオ投影，視覚的，模型作成

（受付：2007 年 2 月 20 日）

Ⅰ．はじめに

地層が地殻変動などで傾斜すると，走向と傾斜で表される方位が生じる。これをいかに二次元の紙面上に表すか。三次元の方位や姿勢を見やすく表すのがステレオ投影である。またそれらのデータ数が多い場合に統計的にも扱いやすい。例えば実際の地質図上において，ある地域でどういった地層の走向や傾斜が卓越するかなどをステレオ投影で示すと，多くの空間的データを瞬時に二次元で識別できる。しかしステレオ投影は一見難解に見える。最近では高校数学でも空間図形の学習をしていないところが多く，空間的把握に苦労する人が増えているらしい。ステレオ投影は理解してしまえば案外簡単なもので，むしろそれまでわからなかった断層や褶曲といった地質構造などがステレオ投影の作業からわかることも少なくない。近年パソコンの発達によって，既存のソフトを利用して簡単にステレオ投影図を作ることもできるが，本小論ではステレオ投影をイメージしやすくするためにアナログ的な教材的模型を開発し，視覚的に学習理解できるように努め，空間的データを扱う全ての階層とそれを指導する立場の人たちに一つの提案として模型作成を試みた。

Ⅱ．地層の走向・傾斜，面構造，線構造

ステレオ投影の原理の説明をする前に，地層の走向と傾斜，面構造，線構造を簡単に説明する。面構造や線構造の方向や傾斜を表す表現として，通常“姿勢”という言葉を用いる。ここで地層面や面構造の走向・傾斜は，日本では N を基準に 4 象限に分けた 90° 法が用いられており，本論はこれに従う（これに対し，欧米では N を基準に時計回りで 360° の方位で表すことが多い）。

（ｉ）地層の走向と傾斜

地層は堆積物が古いものから新しいものへ順番に重なったものである。堆積物が平行にたまることを前提にするなら，水平に地層が形成され，鉛直面にその地層の縞模様が見られる。この時，地層面に方位はない。傾斜も 0° である。これらが地殻変動や重力による傾動，その他外的要因によって地層が変形する要素が加わると，傾いた地層には方位と傾斜が生じる。地学を学ぶ初心者にとって，地層の方位と傾きとは何かが，まず理解しにくい点となる。この場合，最も簡単なモデル化として，少し厚めの書籍を卓上において，これ

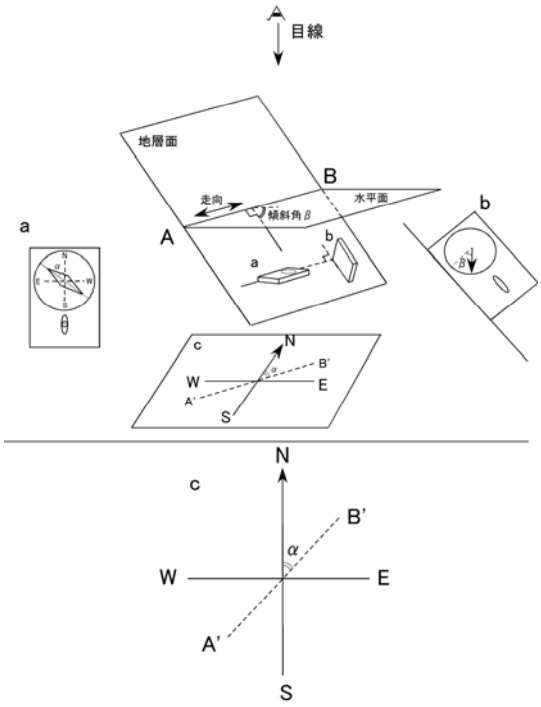


図1　走向・傾斜の概念，下段 c は真上から見た平面，c，A’B’ は AB の投影.

を地層とみたてれば良い。この時，地層面，すなわち書籍の表紙上面は水平で方位はない。しかし，書籍の下面に何か物を挟んで書籍に傾きを生じさせると，方位と傾斜ができる。この状態では平面に傾きがあることは容易に理解できるが，方位があることが理解しにくい。そこでこの書籍を傾かせたままでの状態で 180 度回転させてみる。そうすることで，この書籍の表紙の面に方位が生じていることが認知できる。書籍が水平の状態では，180 度回転させても，この水平面（つまり地層面）は水平の状態のままで回転する。一方傾いた書籍の上面は回転させたら，さまざまな方向を向くことがわかる。今度は，書籍を立てた状態（書籍の表紙が垂直の状態）で 180 度回転させると，表紙面が方位を持つことがよくわかる。ではこの方向をどう定義するのか。この書籍の上面と水平面との交線の方向がその面の方位となる。水平面と交線の関係は水面と地層面が接するところをイメージすればよい。この方向を，地層面の走向とよぶ。このように傾いて方向を持つ面には走向と傾斜がある。地層は堆積した状態では原則的に水平であるから，水平を基準として傾斜角を測る。数学や物理では垂直または鉛直方向が 0° の基準になることが多いが，地層の場合，水平方向を 0° の基準に，傾斜角を測る。走向線と垂直な方向と水平面とがなす角度を地層の傾斜と定義される。

（ii）クリノメータ

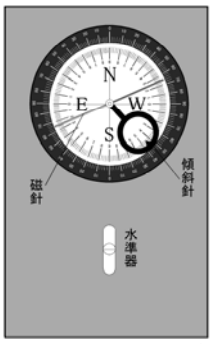


図2　クリノメータ

走向と傾斜はクリノメータという計器を用いて計測する。クリノメータには方位磁針，水準器，傾斜計がセットで組み込まれている。方位磁針の表示板は，普通の方位磁針の表示板とは違って，西（W）と東（E）が逆に表示されている。傾斜計はコンパスの奥側にぶらさがっているものである。水準器は１つだけついているものと２つついているものがあって，２つある方がより正確に水平面を認識できる。一般には１つあれば十分である。地層の走向・傾斜の計測のしかたについては，先ほどの書籍などを地層の代わりにして計測の練習をするのがよい。走向は次のように測る。まずクリノメータの裏面を水平面に見立ててみる。水準器が水平を示した状態で

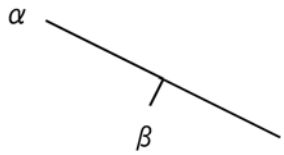


図3　Nα° W, β° SW の走向と傾斜の表し方.

裏面の端を地層の表面に接合してみる。このときクリノメータの裏面の長い方のエッジと地層面の交線が地層の走向となる。走向の表記は，「北からどれだけ東または西に向いているか」ということを記す。例えば，走向が北から見て α° 西に向いている場合は，Nα° W と表す。傾斜角は水平を基準にした角で，地層の落ちている方向が傾斜方向である。例えば南西に傾斜している地層があり，その角を β° とすると，β° SW と表す。走向と傾斜をあわせて Nα° W, β° SW と記す。地形図などのルートマップに記すときは図 3 のように表現する。

（iii）面構造

面構造は，一般には露頭・標本スケールにおいて，岩石中全体的に認められる，面的構造である。葉状構造ともよばれる。通常地層面や，亀裂・裂開などは含まない。計測法は地層の走向・傾斜と同様である。

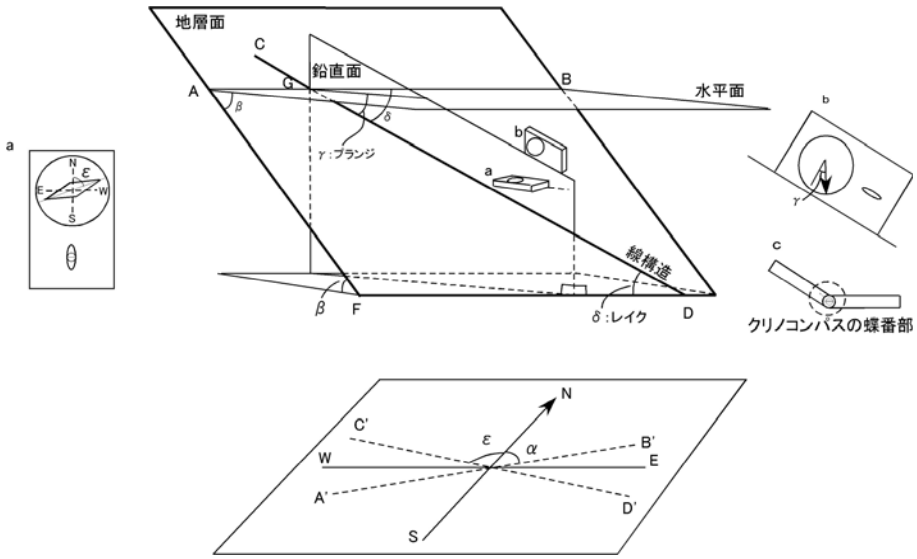


図4　地層面と線構造の関係. A’ B’ は AB , C’ D’ は CD の投影を表す.

（iv）線構造

線構造は地層面や面構造上に見られる線的構造で，断層運動によって形成される岩盤の引っかき傷（条線）はもとより，微褶曲の褶曲軸に沿って形成される線的構造，変成岩などでの柱状鉱物の定向配列，砂岩単層の裏面に形成された底痕などもこれに含まれる。褶曲構造が認められる地層において，褶曲軸のプランジ（水平面と軸・線構造の成す角，図 4）の方向と傾斜も線構造と同様の計測をする。線構造は地層や面構造の面上に認められるものなので，その地層や面構造の走向方向と一致するような誤解を生みやすい。ここで線

構造の定義をあえてあげるなら，線構造を含む鉛直面の方向が線構造の方向で，その鉛直面上の水平線からの傾斜角がプランジの角度である。日本の 90° 法において，表記法の点で注意を要する。地層面や面構造では走向方向で Nα° W も Sα° E も同じことを意味するが，線構造の表記ではプランジの方向が重要であるため，南東にプランジしている場合は Sα° E，β° プランジと表記する。野外では地層の走向と線構造の成す角（レイクという）を計った方が便利なこともある。後述するように，線構造の姿勢を認定するのに，地層面の走向・傾斜と線構造の角と傾斜方向が判っていれば，ステレオ投影からも簡単に求められる。レイクは直接分度器を地層面にあてて計測してもよいし，蝶つがい型のクリノコンパスで蝶つがい部の目盛りを用いてレイクを計っても良い（図 4c）。クリノメータの傾斜板表示を分度器代わりに用いるのも一つの手である。線構造もクリノメータを用いて計測するが，ユニバーサルクリノメータという特殊なクリノメータを使うと便利である。ただしこれは高価なものなので，特に必要を要しない限りは，一般のクリノメータで充分である。

Ⅲ．ステレオ投影

地層の走向・傾斜は，空間的広がりを持つ。それらを紙面上の図に二次元的に表示する方法としてステレオ投影法がある。ステレオ投影の詳しい解説は，Phillips（1971）を参照されたい。また狩野・村田（1998）の構造地質学の書籍にも基礎的で丁寧な解説が施されている。ステレオ投影は球内のある方位を赤道水平面上か，もしくは球の直下に接する水平面上に投影する方法である。球内の円盤は地層面に相当し，球の頂点を光源（または視点）に円盤の外形を赤道水平面に投影すると，大円が描かれる。すなわち，円盤（面）が大円（線）で表される。地質学分野では地層の傾斜やプランジの落しなど水平面より下方に測るため，水平面より下方にある円盤の下半球の投影を採用している（岩石・鉱物分野では水平面より上方にある円盤の上半球を用いることが多い）。ここで赤道水平面に投影した場合と，球と接する水平面に投影する場合では表現方法は同じであるが，仕組みが異なるので個別に解説する。

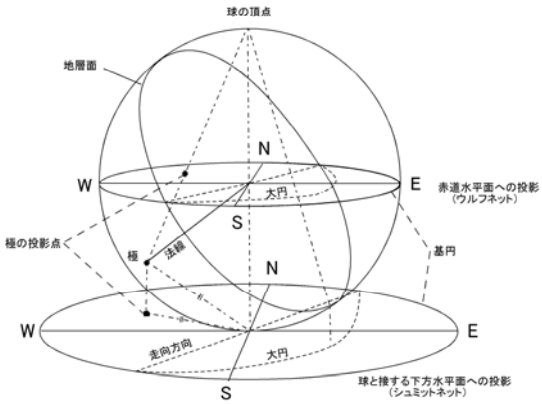


図5　ステレオ投影の基本原理

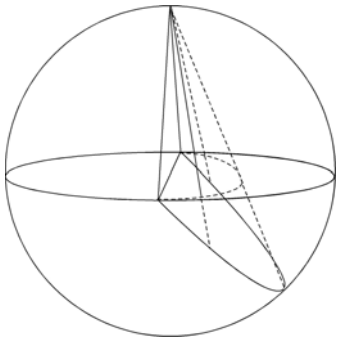


図6　ウルフネットへの投影の原理

（ｉ）赤道水平面への下半球投影（ウルフネットを用いた投影，等角投影図法）

赤道水平面への投影は次のようになされる。まず球の頂点と，地層などの面の方向を表す半円とを直線でつなぎ，そのつないだ直線が赤道水平面と交差する点の軌跡をとる。これが投影された大円である（図 5，図 6）。この方法で下半球の球面上の緯線・経線を赤道水平面上に投影して出来たのがウルフネットである。通常 2 度間隔で目盛りがあり，これは地球儀の子午線に相当するので，このネットを子午線ネットと呼ぶ（図 7a）。

切断面が球の中心を通るものは大円と呼ぶ。球面を任意に切断し，球の中心を通らないものは小円と呼ばれる。このネットをコンパスと定規で幾何学的に作成することもできる。

地層の走向・傾斜をウルフネット上に投影するには，ウルフネット上にトレーシングペーパーをかぶせて，ネットの外側の円（基円という）をコンパスで描き，中心を画びょうなどで留める。中心と北を記しいれる。Ｎα° Ｅ，β° Ｓの走向・傾斜を描くときは，トレーシングペーパーに記した基円上のＮをＷ方向にα° 回転させる。ウルフネットのＮの位置とＳの位置をトレーシングペーパー上の基円に印を入れる。この印が走向方向である。次に傾斜をとるが，まず基円上の印（走向方向）をウルフネットのＮ－Ｓ線に合わせ，ウルフネットの外周からβ° 分，中心に向かって測り，印をつける。この印を通るウルフネットの大円をなぞる。これが求める大円である（図 8）。この大円の弦は地層の走向方向を示しており，大円の円弧の膨らみ（基円から大円への距離）が傾斜の角度を反映している。

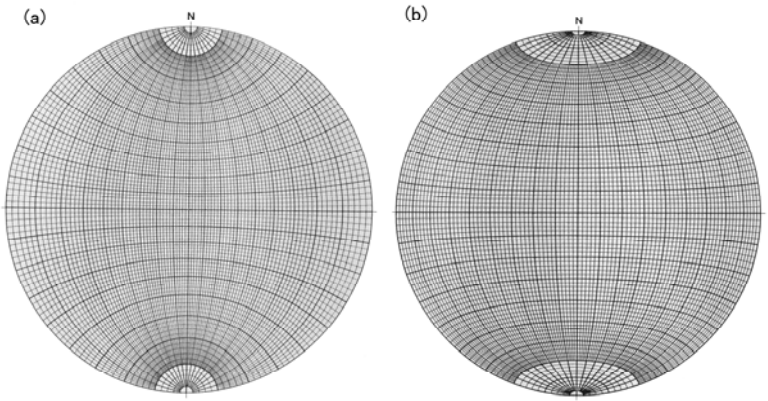


図7　子午線ネット
a：ウルフネット　b：シュミットネット

すなわち地層が水平のとき大円は基円と一致し，垂直のときは，走向方向の直線（円弧と弦が一致）となる。

このようにステレオ投影は空間的に方向・角度を持つ面のデータを紙面上の曲線（大円）で表すことができる。しかし地層面や面構造のデータ数が増えてくると頻雑になり，視覚的に判別しにくくなる。ステレオ投影ではこれらの地層面や面構造を統計的に処理し，かつ視覚的にするために，これらの面のデータをさらに点で現す方法がある。これが極の投影である。

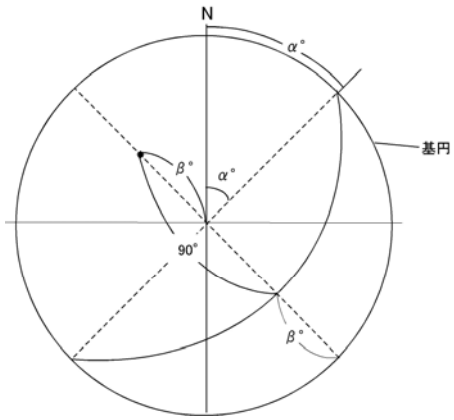


図8　Nα° E，β° SE の大円と極投影

極の投影点は，地層面（面構造）の法線が下半球の球面と交わる点（極と呼ぶ）として定義される（図 5）。前述の Nα° E，β° S の走向・傾斜の極の投影をするには，トレーシングペーパー上で書いた大円の弦を，背景のウルフネットの南北方向に重なるようにトレーシングペーパーを回転させる。W―E 方向の緯度線上で大円から内側に 90 度（または中心からβ° 大円と逆の方向の基円に向かって）のところに点をプロットする。トレーシングペーパー上の N の位置をウルフネット上の N の位置に戻せば，この点が極の投影点である。つまり投影点は大円とは逆の象限にプロットされる。ただし，ウルフネットの子午線ネット上では投影した点は読み取りにくい。極投影点からその傾斜角を正確に読み取るには一度 W－E の緯度線上に持ってくる必要があるからだ。この過程を省くために，極投影図と呼ばれるものを使えば便利である（図 9）。

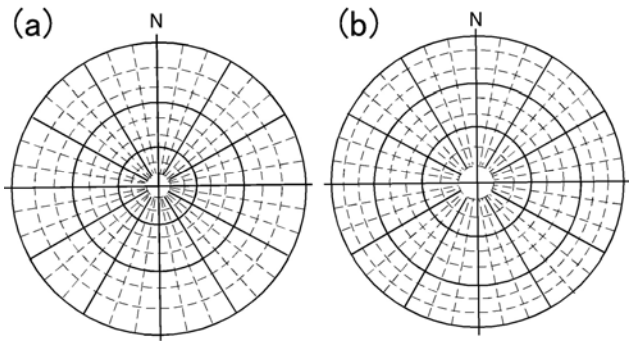


図9　極投影図
a：ウルフネット　b：シュミットネット

ウルフネットの特徴は面と面が交差する角度など方向が正確に表されるのが特徴なので，等角投影図法ともよばれる。

（ii）球と接する下方水平面への下半球投影（シュミットネットへの投影，等積投影図法）

下方水平面上に投影された球の子午線ネットはシュミットネットとよばれる（図 6b）。これは直線的に投影されたのではなく，球面上の点と球の底点と結び，これを半径として下方の水平面に投影されたものである。

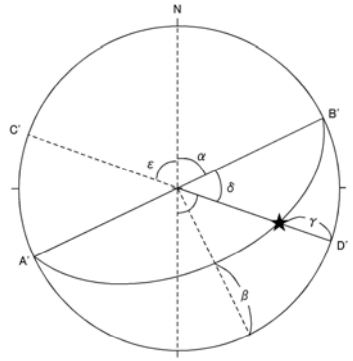
大円，及び極の投影の描き方は，ウルフネットでの方法と全く同じなので省略する。地質学の中でも地質構造（断層や褶曲構造など）を扱う構造地質学分野ではシュミットネッ

トを使うことが多い。これはシュミットネット上に投影された領域（面積）は歪まずに投影されるため，極の集中度などの統計的な処理ができるためである。そのためシュミットネット投影は等積投影図法とも呼ばれる。シュミットネットにも極投影図がある（図 9b）。

（iii）線構造のステレオ投影

線構造はウルフネットとシュミットネットのいずれでも表現できる。

線構造は地層面上にあるので，ステレオネット上では大円上になければならない。線構造は大円上の点として表される。直接露頭で線構造の姿勢が計測出来ればいいが，実際には自然露頭の条件が悪く，線構造を含む鉛直面が計測しにくいことが多い。そのためレイクを計測し，その値からステレオネット上で幾何学的に求めることも少なくない。例えば図 4 のように地層面が N α° W，β° S の地層面に北西から南東方向の線構造があり，レイクが δ°（∠BGD，又は∠GDF）とする。図 4 において走向方向を A，B（投影したものを A’，B’）とすると，ネット上の弦 A’，B’を下位のネット上の N－S 方向にあわせてこの A’，B’からレイクの角度 δ° を北方向から見積もって，その方向に直線を引く。A’，B’を走向方向に戻すと，この直線 C’，D’は線構造を含む鉛直面を表しており，線構造の方向（図 4 において ε°）と一致する。そして線構造のプランジ角は地層面との交点が線構造（すなわち鉛直面と地層面の交線）であるからこの交点の角度を読み取ればよい（図 10）。この際，子午線ネットでは下位のネット上の W－E 方向に C’，D’を合わせて，プランジを読み取らなければならない。もちろんこのときは基円からの角度を読み取り γ° のプランジとなる。トレーシングペーパーをもどして求める線構造の姿勢は S ε° E，γ° プランジである。



下半球ウルフネットへの投影　α: 走向　β: 傾斜，γ: 線構造のプランジ，
δ: レイク，ε: 線構造の走向，★: 求める線構造の姿勢

図 10　ステレオ投影から線構造の求め方.

Ⅳ．ステレオ投影を視覚的に理解するための模型作成

ステレオ投影の仕組みを理解すると空間的なデータ処理には大変有効である。しかし，かなり幾何学的であり，その空間的な広がりや仕組みを理解するのに苦労する人も多い。筆者も理解にいたるまでには，そうとうな時間を要した。そこで，実際にステレオ投影のモデルを作ってみて視覚的に理解するのは有効ではないかと考え，ステレオ投影模型作成を試みた。

〔ステレオ投影模型に用いた道具〕

①天文で使う天球（ここでは直径 19.4cm を使用），②ハサミで切れる程度の薄さのプラスチック板（模型を扱う店舗で購入可能），③ししゅう糸，④やや強磁性の磁石（ここでは Nd - 磁石を使用）と一般のフェライト磁石，⑤ゼムクリップ，⑥セロハンテープ，⑦竹ひご，⑧吸盤，⑨白色電球の電気スタンド（光源の高さなどが変えられれば良い），

⑩ハサミ，⑪コンパス，⑫定規

（ｉ）作成手順

1. 球の大きさに合わせたプラスチック板の円盤をコンパスとハサミを用いて作成する。
2. プラスチック板の円盤の直径より少し長い目に竹ひごを切る。竹ひごをプラスチック板にセロハンテープで貼り付け，中心を通るようにする。
3. 円盤の中心に竹ひご（球の半径となる長さ）を法線になるように下半球側に向けて吸盤などでつける。これの先端は極点を表す。
4. 線構造を表すものとして中心からレイクの角度分，円盤上に竹ひご（円盤の半径分）をセロハンテープなどで貼り付ける。
5. 予め，東西南北を示した十字を A3 の白紙面に描いておくとよい。
6. 天球の下半球にはめ込む。

球の下に接する水平面への投影は次のように行う。東西南北（N－S，W－E）の十字を記した紙の真ん中に天球の下半球を置き，方位の走向に合わせた方向に円盤の竹ひごを置く。円盤を適当に傾け，セロハンテープなどで天球に固定する。約 30cm 上方から白色球電気スタンドを照らすと，下方の方位の書いた紙面上に円盤と天球の交線の影（大円を表す）が投影される。また極の影も下方の紙面上にプロットされ，大円と逆の象限に現れることも理解できる。球からその直下の水平面への投影イメージはおおよそこのようなものである（図 11 左）（ただし厳密には幾何学的な意味で若干の違いがあるのでⅤ章で後述する）。

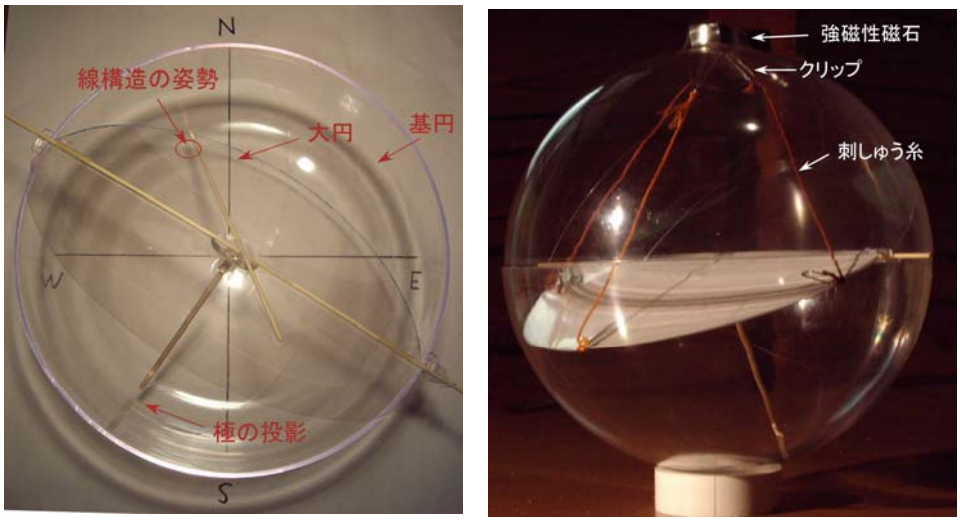


図 11　作成したステレオ投影模型.
写真左：下方水平面への投影　写真右：赤道水平面への投影原理

一方，球の赤道水平面上への投影，すなわちウルフネットの理解のために次のような方法を考えた。刺しゅう糸の両端にクリップに付け，片方を下半球側の円盤に留める（試作では３本ほど使用)。クリップを使うのは糸の長さの調節に便利だからである。上半球側の天球の頂部には強力な磁石をセロハンテープで固定する。天球の上半球と下半球を組み合わせて円盤に留めてない方のクリップを別の磁石で外側から手繰り寄せて，天頂の強磁性磁石まで導いていく。こうして円盤と天頂を結ぶ線の作成が可能となる（図 11 右)。ウルフネット上の大円は赤道水平面とこの刺しゅう糸の交点の軌跡である。水を下半球に入れて，水平面を水面で表現するのも良いが，刺しゅう糸がたわみ，天球が不安定だとこぼれやすくなるので注意が必要である。極投影用には片方だけにクリップをつける。極を表す竹ひごの先に刺しゅう糸をセロハンテープなどで固定し，片方のクリップを磁石で手繰り寄せる。糸と水平面との交点がウルフネット上の極の点になる。

Ⅴ．天球を用いたステレオ投影の視覚的な模型の問題点

シュミットネットへの投影と光投影実験による投影では，理論上次のような差異が生じる。理想的な下半球投影のシュミットネット投影では，光源は天頂であり，前述のように球面上の点は，この点と球面と下方水平面との接点（底点）を半径として下方の水平面に投影される。しかし今回作成した模型では光源は天頂のさらに上部にあり，紙面上に投影される影はこの光源からの光の延長上にできる。従ってシュミットネット投影とは厳密には一致しない（図 12)。しかし模型実験では数値として読み取ったりするためのものではなく，あくまで方位や傾斜角を持つ地層面がどのように平面に投影されるかをイメージするためのものであり，その目的はここでは達成されている。

赤道水平面上への投影を再現する実験では技術的な問題がある。大円などを直接的にイメージするには，下半球に水を入れて水平面を作り出すのがわかりやすいが，手作成では難しい。大円をイメージできるためにはたくさんの刺しゅう糸を張るなどの工夫が必要である。

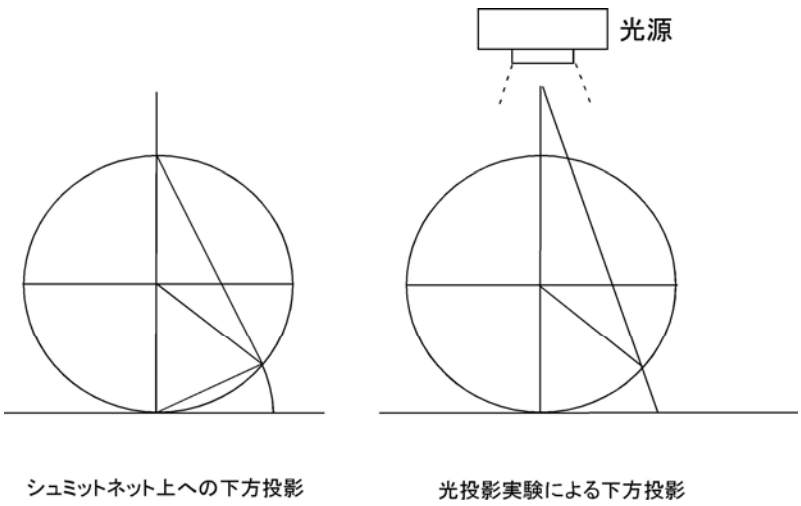


図12　シュミットネット上への投影と光を使った実験による下方投影の差異.

VI. ステレオ投影の使用意義と教育現場での有効性

ステレオ投影は地質学のほか鉱物学や地球物理学でも扱う。地質学において地層面や線構造の走向・傾斜データを幾何的，統計的に扱うのに大変有効である。ステレオ投影のパソコン用ソフトもいくつかある。三次元的データを二次元で表現するので，その他の空間的データを扱う理科的分野でも活用できる可能性がある。現在，中学校や高等学校では教育課程でステレオ投影は扱うことはない。しかし，このような空間的データの処理に大変便利な方法があることは知っておいて損はない。また教育課程に入っていない反面，どこの階層に限定されるものでもない。高等学校でも理数科コースなどで課題研究を行う例が増えたが，空間的データを扱う課題に利用できる可能性もある。大学での空間的統計処理を扱う研究でもステレオ投影の原理が有効になることも多い。社会においては土木系での断層や岩盤調査などでも統計処理などに用いられる。従ってステレオ投影は空間的データを扱う中学や高校以上の幅広い階層において有効となりうる。空間的データを指導する立場としては本論のように実際に模型を作成して，理解してもらう側に視覚的に説明するのがよい。そういった意味で空間的データの処理法の一つとして今回ステレオ投影を採用して，その一例を示してみた。

近年では，高校数学などの教育課程で空間図形がなくなっている。従って，ステレオ投影に限らず，地層境界線と地形との関係（いわゆる地質図学）などの空間的把握が億劫または苦手な人も増えているらしい。その中で，この度実際に模型を使って説明するとイメージを作るのに大きな手助けになる。ステレオ投影は地学に限らず頭の体操としても楽しい幾何学となり得ると筆者は考える。

文献

狩野謙一・村田明広　1998．構造地質学．朝倉書店，308pp．東京．

Phillips, F.C. 1971. The use of stereographic projections in structural geology. 90pp. Edward Arnold, London.