

初等教育段階における“複合量”の教材開発（その1）

菊地陽介 二澤喜紀 渡邊伸樹
(京都教育大学大学院生) (洛北高等学校) (京都教育大学)

Development of teaching materials about “derived quantity” in elementary schools (1)

Yousuke KIKUCHI Yoshiki NISAWA Nobuki WATANABE

2011年11月30日受理

抄録：本研究では、現在の初等教育段階における複合量の教育の問題点を明確にし、それを打開できるカリキュラムの開発を目的とする。本稿では、複合量に関する学力調査、教育の変遷、及び先行研究を分析し、さらに小学校高学年に教育実験を実施した。その結果、初等教育段階における複合量の教育の問題点と、必要な教育内容を見出し、その教育内容や開発した教材が有効である可能性が認められた。

キーワード：複合量，単位当たり量，異種の2量の割合，小学校，カリキュラム

I. はじめに

小学校算数科において、複合量（複数の量の乗除演算で構成される量，組立量）は乗除演算の意味づけや、割合・単位当たり量の学習で扱われている。そして、それらの教育内容は、方程式や関数といった数学の学習へと繋がっていくことになる。また、理科や社会科、家庭科などといった他教科においても様々な複合量が扱われていたり、日常生活においても至る所で複合量を目にしたることができる。これらのことから、小学校段階において子どもが複合量を理解することは、重要な意義を持つと考えられる。

しかし、平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査によれば、第5学年の「割合」の学習について、「よくわかった」と回答した児童の割合は74.2%，「普段の生活で役に立つと思った」と回答した児童の割合は69.6%であり、第6学年の「単位あたり量」の学習については、「よくわかった」と回答した児童の割合は46.2%，「普段の生活で役に立つと思った」と回答した児童の割合は57.5%である。これらのことから、第5・6学年で学習する複合量に関わる学習に対する児童の反応は、理解度、学習意欲共に十分でないと考えられる。また、先行研究では横地(2005)が「各種の複合量が個別的に学習されている」、渡邊(2005)も「割合，単位量あたりがまったく分離された学習になっている」と述べており、現在の複合量に関わる単元に対して、教育内容の関連付けの欠如が指摘されている。これらのことは、現在の複合量の教育において、問題点があるということを示唆していると考えられる。そこで本研究では、現在の複合量の教育における問題点を明確にし、それらを打開できるカリキュラムの開発を行うこととする。

本稿では、複合量に関する学力調査、小学校における複合量の教育の変遷、及び先行研究を分析することにより、初等教育段階における複合量の教育における問題点と、必要な教育内容の一端について考察する。さらに、その考察を踏まえて行った教育実験（高学年対象）の結果から、教育実験による児童の認識の変容を明らかにする。

Ⅱ. 初等教育段階における複合量の教育に必要な教育内容

1. 学力調査から探る複合量に関する現在の子どもの躰き

まず、全国の中学校2年生を対象に行われたTIMSS2003における問題(100時間当たりのガソリン使用量を問う問題)(Fig.1)では、正答率は66.1%であり、岩手県内の中学2年生に行われた平成18年度学習定着度状況調査における問題(状態変化する前後の密度変化を問う問題)(Fig.2)では、正答率は26.3%である。

TIMSS2003における問題では、複合量の3用法または比の性質を用いることが必要である。平成18年度学習定着度状況調査における問題では、密度が(質量/体積)で数値化されることや、体積変化と密度変化との関係を理解することが必要である。

これらのことより、複合量に対する子どもの躰きの一端として、①複合量の意味についての理解、②複合量を構成する2量についての理解、③複合量の3用法(複合量を含む乗除演算)についての理解、の3点が不十分であると考えられる。

M09-08

ある機械を30時間動かすのに、2.4リットルのガソリンを使用します。100時間では何リットルのガソリンを使用しますか。

- ① 7.2
- ② 8.0
- ③ 8.4
- ④ 9.6

Fig.1 TIMSS2003における複合量に関する問題

4 (2) 液体のろうを冷やして固体にしました。このとき、固体のろうの断面は、図のように中央にいくぼくぼみましたが質量は変化しませんでした。このとき、ろうの密度はどのように変化しましたか。

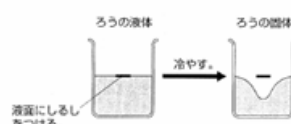


Fig.2 平成18年度学習定着度状況調査における複合量に関する問題

2. 小学校における複合量の教育の歴史的変遷

第一期国定教科書(1900年)では、乗除演算の意味づけを行う題材の一つとして、複合量を扱っている。また、「割合」(同種の2量で構成される複合量)について、その3用法の学習も行っている。昭和初期の第四期国定教科書(1935年)の時代になると、第一期の教育内容に加えて、「速さ」(異種の2量で構成される複合量)が、小数の乗除演算を意味づけする題材として扱われるようになる(Fig.3)。また、第五期国定教科書(1941年)では、第四期の教育内容に加えて、「密度」も「速さ」と同様の扱いとなる(Fig.4)。

昭和30年代に改訂された学習指導要領に基づく検定教科書では、高学年の「単位量当たりの大きさ」や「異種の2量の割合」という単元名の下で複合量が扱われており、それまで扱われていた速さの他にも人口密度や燃費、収穫率などが扱われている(Fig.5)。

その後、学習指導要領はほぼ10年毎に改訂されているが、複合量に関する教育内容はほぼ変化が無く、複合量は主に「乗法・除法の意味付け」、「割合」、「単位当たり量」の単元で扱われているが、学習する内容自体は国定教科書時代から大きく変化していない。

〔速 さ〕

長サ一米ノヒモニ
オモリヲツケテ釘ニ
ツルシテサシ。オモ
リヲ一方ニ引寄セテ
放スト、オモリハ左右
ニイツタリモドツタリスルデセウ。
一分間ニ、オモリガ(イ)ノ所ヲ通ル回
數ヲ數ヘテゴランナサイ。
「一分」ノ六十分ノ一ヲ「一秒」トイフテ、
短イ時間ヲハカル單位トシマス。

(1) 大石君ハ百米ヲ十八秒デ走り
マシタ。小川君ハ十九秒デ走りマシ
タ。ドチラガ速ク走ツタデセウ。

(2) 一分間ニ三百八十米走ル人ト、
一分間ニ四百三十米走ル人トハ、ドチ
ラガ速イデセウ。

Fig.3 第四期国定教科書(四年)における速さの教育内容

したがって、現在までの小学校における複合量の教育は、複合量の数値化、複合量を含む乗除演算の習熟が中心であるといえる。



Fig.4 第五期国定教科書（五年）における
密度の教育内容

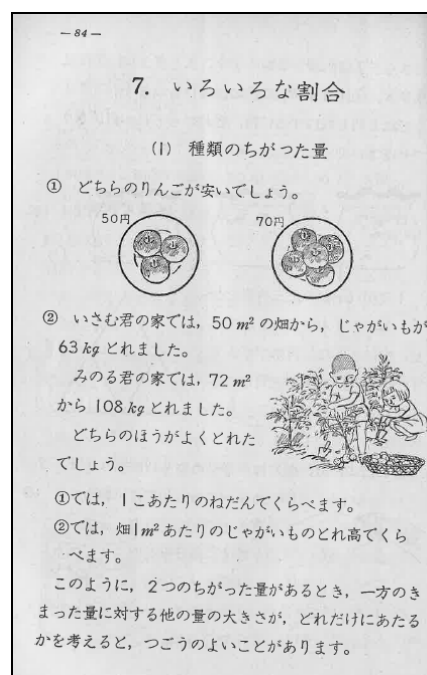


Fig.5 昭和38年検定教科書における複合量
の教育内容(塩野他, 1963, 84-95)

3. 先行研究から探る問題の所在、及び必要な教育内容の一端

現在の複合量の教育に対して、先行研究では問題点がいくつか指摘されている。まず、現在の教育が複合量の数値化、複合量を含む乗除演算の習熟が中心であるという点に関連して、奥山(2005)は『速さ』の公式を習得させ、その類題が解けることに主眼が置かれてきた」と指摘し、菊池(2005)は「子どもたちを公式暗記に向かわせている」と指摘している。加えて、渡邊(2010)は、「数学の内容は高度になっているものの、その説明（学習内容）があまりに具体的すぎて、余計に子どもの混乱を引き起こしていることは否めない」と指摘している。一方、守屋(1998)は、複合量の中でも速さの教育に焦点を当てて、「（現在の教育では、）計算や図形のように低学年からの系統立てた速さ自身についての指導がなされていない」と述べ、複合量の学習が系統立てて行われていないことを指摘している。以上のことから、前述した子どもの躓きが生じる背景と考えられる現在の複合量の教育の問題点として、学習内容が系統立てられていないことに加えて、教育内容が種々の公式暗記になってしまっており、子どもの実態に見合っていないことが考えられる。

以上のような教育の問題点について、黒田(2010)は「速さ、密度などの意味概念と、公式の関係を理解したり説明したりすることができない」、「実物から正確に量を抽出すること（付随する要素を排除して量を捉えること）ができない」と述べ、それらの子どもの実態を踏まえた教育内容が必要であると提言している。加えて、速さの学習については、低学年から「同距離異時間、同時間異距離における速さの比較」を行い、その後「距離か時間の何れかを揃えることによる速さの比較」、「速さの3用法」「速さの単位」と言うように、段階的に進めていく必要があると述べている。一方、横地(2005)「密度・速さ、更には濃度などの複合量は、できるだけ一般化した原理で学習する必要がある」については、渡邊(2011)が「まず一般的な文字式 $z=x+y$, $z=x-y$, z

$=x \times y$, $z=x \div y$ を $x=$, $y=$ に変形すること(文字の主格変換)を理解する。そして、それを速さや他の公式の変換に活用する」としている。これは、文字の主格変換の学習を経ることによって、複合量の3用法を一般化して捉えることが可能であることを示唆している。

以上のことより、初等教育段階における複合量の教育において必要な教育内容の一端として、①低学年から段階的に複合量の比較を行い、それを通して量の抽出ができるようにすること、②高学年では複合量の3用法を文字の主格変換により一般化して学習することが挙げられる。

Ⅲ. 高学年を対象とした教育実験

Ⅱで挙げた教育内容を検証するため、指導展開・教材を開発し、高学年を対象に教育実験を行った。指導展開・教材を開発するにあたっては、奥山(2005)の「児童は日常生活の中で『混みぐあい』や『速さ』などの言葉を見聞きしており、見た目や感じとしてある程度のイメージを持っていることが多い。そこで指導にあたっては、それぞれの意味を明確にとらえさせることが重要となる」との指摘や、浅岡(1986)の「異種の2量に係するということを強く意識づけること(が重要)」との指摘を参考にした。以下では、教育実験の事前と事後に行った認識調査(以下、事前調査、事後調査とする)の結果を比較することから、教育実験による児童の認識の変容を明らかにする。

1. 事前調査

【認識調査の概要】

目的：複合量に関する小学校高学年児童の認識を明らかにすること（調査時は4、5年生の年度末を含む）

対象：公立小学校5年生(2名)、6年生(5名)

日時：H23年3、4月(調査時間は45分)

場所：対象者の自宅、公立小学校理科室、京都教育大学数学科院生室

方法：質問紙による書き取り調査(実物提示による説明含む)

内容：複合量の抽出に関する問題、複合量の大小比較に関する問題、複合量の数値化に関する問題

結果・考察：

(1) 複合量の抽出に関して

現実事象から、複合量や複合量を構成する2量を同時に抽出する問題を出題した(2問)。問題は、2量が異種の場合(「速さ」を題材とする)と、同種の場合(「割合」を題材とする)に分類した。

調査の結果、速さを題材とする問題では、量の組み合わせのうち「時間」が含まれている組み合わせを回答した子どもの割合は、5、6年生ともに0.0%であった。一方、「速さ」が含まれている組み合わせを回答した子どもの割合は、5年生で100.0%、6年生で80.0%であった。このことから、子どもは現実事象から「速さ」を抽出することは素朴的に出来ていると予想されるが、「時間」を抽出することは難しいと考えられる。

割合を題材とする問題では、部分量が含まれている組み合わせを回答した子どもの割合は、6年生で40.0%であった。このことから、現在の算数科における割合の単元を既習の子どもであっても、現実事象から割合を構成する部分量を抽出することは難しいと考えられる。

(2) 複合量の大小判断に関して

複合量の大小判断を行う問題を出題した(2問)。問題は、異種の2量で構成される複合量の場合(「速さ」を題材とする)と、同種の2量で構成される複合量の場合(「割合」を題材とする)に分類した。

調査の結果、速さを題材とする問題では、計算せずに回答している子どもの割合は5年生で100.0%、6年生

で60.0%であった。このことから、移動時間や移動距離の値から直感的に速さの大小を判断している子どもがいると予想する。

割合を題材とする問題でも、計算せずに回答している子どもの割合は5年生で100.0%、6年生で40.0%であった。このことから、全体量や部分量の値から直感的に割合の大小を判断している子どもがいると予想する。

(3) 複合量の数値化に関して

複合量を構成する2量の値から、複合量の値を算出する問題を出題した(2問)。問題は、異種の2量で構成される複合量の場合(「速さ」を題材とする)と、同種の2量で構成される複合量の場合(「割合」を題材とする)に分類した。

調査の結果、速さを題材とする問題では、「距離÷時間」で値を求めている子どもの割合は6年生で40.0%、「時間÷距離」で値を求めている子どもは6年生で20.0%であった。このことから、現在の算数科における単位あたり量の単元を学習済みの子どもであれば、学習したことをもとに速さの第1用法を用いることが可能であると予想する。

割合を題材とする問題では、正答率は6年生で60.0%であった。このことから、現在の算数科における割合の単元を学習していても、割合の第1用法についての理解が不十分である子どもがいると予想する。

2. 教育実験の内容と結果、考察

【教育実験の概要】

目的：開発した指導展開・教材を検証すること

対象：認識調査を行った児童(公立小学校6年生(1名))

日時：H23年8月(授業時間は30分×10時限、全3次(第0次～2次)に分けて実施)

場所：対象者の自宅

方法：オリジナルテキストを使用した個別授業形式

内容・結果・考察：

(1) 割合の指導(第0次)について

第0次の一時間目は、割合の意味や表し方についての学習である。児童は「割合」の単元を既習であり、「割合」という言葉は知っているが、その意味の理解はあいまいであると見受けられた。そこで最初に、公園と花壇を題材として、割合を知るためには全体量(公園全体)と部分量(公園内の花壇)に着目しなければいけないことを理解させた。次に、割合の表し方(割合0, 0.5, 1)から、0～1までのおよその割合を判断する活動、0～1までのおよその割合を表現する活動を行った(Fig.6)。児童は割合の表し方をもとに、割合を判断、表現することができており、0～1までの割合の表し方について理解することができたと考えた。

二時間目は、割合の第1用法についての学習である。まず、前時に学習した割合の表し方をもとに、全体量が 10m^2 で部分量が 10m^2 , 5m^2 , 0m^2 の際の各々の割合を求める活動、全体量が 20m^2 で部分量が 20m^2 , 10m^2 , 0m^2 の際の各々の割合を求める活動を行った。次に、割合0, 0.5, 1以外の割合の値の求め方について考える



Fig.6 割合の表し方をもとに、およその割合の判断をしている様子

活動を行った。その中で児童は、全体量の値を1と見たときの部分量の値が割合と一致すること、部分量の値を全体量の値で割れば全体量を1と見たときの部分量の値が求まることに気付くことができた。また、最後にアルファベットで割合の第1用法を表現する活動を行った。児童はいくつかアルファベットを知っており、「文字と式」の単元も既習であったため、抵抗無く割合の第1用法をアルファベットで表現出来ていた。

(2) 複合量の第1用法(第1次)について

第1次の一、二時間目は、密度の第1用法についての学習である。まず、現実事象から密度や密度を構成する量(体積, 重さ)を抽出する活動, 密度の第1用法を用いて密度を求める活動を行った。児童は、卵とじゃが芋を題材とした実測を通して密度が体積と重さで構成されることを体感し、密度の第1用法や、密度の単位についても理解を深められたようである(Fig.7)。

三、四時間目は、速さの第1用法についての学習である。まず、現実事象から速さや速さを構成する量(移動時間, 移動距離)を抽出する活動, 速さの第1用法を用いて速さを求める活動を行った。児童は、電動ロボットを題材とした実測を通して速さが移動時間と移動距離で構成されることを体感し、速さの第1用法や単位について理解を深められたようである(Fig.8)。最後に、密度と速さの第1用法をアルファベットを用いて表現する活動を行った。児童は割合の学習の際と同様に密度と速さの第1用法をアルファベットを用いて表現出来ており、複合量の第1用法について一般化を進めることが出来た。

(3) 複合量の第2, 3用法の指導(第2次)について

第2次の一、二時間目は、速さと密度の第2用法についての学習である。ここでは、「式変形の決まり」を用いて、アルファベットで表した速さの第1用法から第2用法を導く活動を行った。児童は「式変形の決まり」を理解し、実際に式変形を行うことが出来ていた(Fig.9)。また、速さと密度の第2用法を具体場面から導く活動, 速さと密度の第2用法を用いる活動も行った。それらを通して、児童は速さや密度の第2用法について理解を深めたようである。最後に、第一次では扱わなかった「収穫度(収穫物の重さ÷畑の面積)」の第1用法から第2用法を導く活動を行った。児童はすぐに速さ, 密度と同様の演算の形であることに気付き、第2用法を導くことが出来ていた。これにより、複合量の第2用法についても一般化を進めることが出来た。

三、四時間目は、速さと密度の第3用法についての学習



Fig.7 卵の体積の計測の様子



Fig.8 ロボットの進む時間の計測の様子

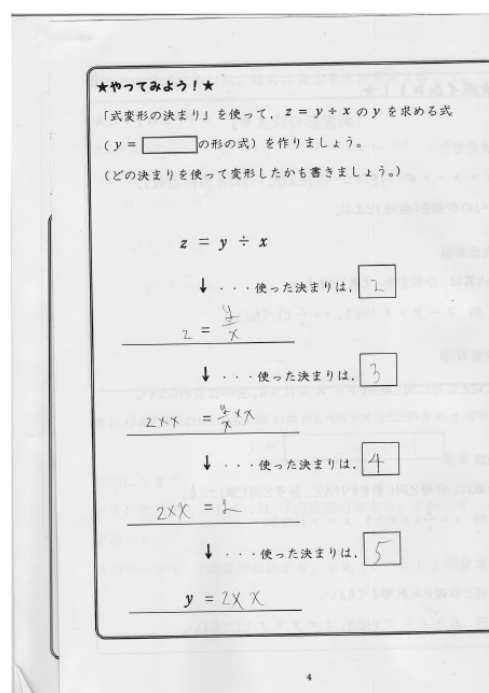


Fig.9 児童が行った第1用法から第2用法への式変形

である。ここでも「式変形の決まり」を用いて、アルファベットで表した速さの第1用法から第3用法を導く活動を行った。これについては、児童ははじめ困難な様子を見せ、指導者の助言が必要な場面もあったが、第3用法を導くことが出来た。また、速さと密度の第3用法を具体場面から導く活動、速さと密度の第3用法を用いる活動も行った。それらを通して、児童は速さや密度の第3用法について理解を深めたようである。最後に、収穫度の第1用法から第3用法を導く活動を行った。児童は第2用法と同様に演算の形に着目出来ており、第3用法を導くことが出来ていた(Fig.10)。これにより、複合量の第3用法についても一般化を進めることが出来た。

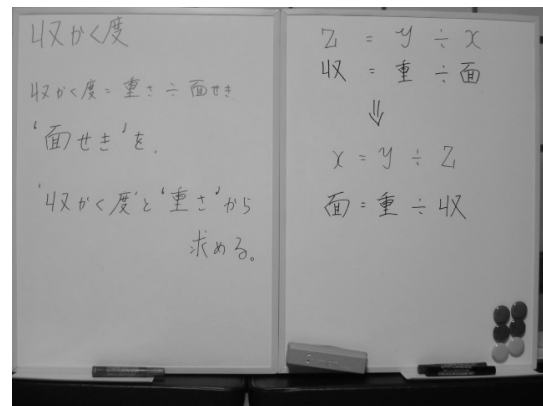


Fig.10 収穫度の第1用法から第3用法の導出

3. 事後調査

【事後調査の概要】

目的：教育実験による児童の認識の変容を分析し、Ⅱで挙げた教育内容を検証すること

対象：教育実験を行った児童(公立小学校6年生(1名))

日時：H23年8月(調査時間は30分×2)

場所：対象児童の自宅

方法：質問紙による書き取り調査

内容：複合量の抽出に関する問題、複合量の数値化に関する問題

結果・考察：

(1) 複合量の抽出に関して

現実事象から、複合量を構成する量を抽出する問題を出題した(2問)。問題は、「速さ」を題材とする問題と、「密度」を題材とする問題に分類した。速さの問題については、事前では「走る早さ」と「距離」の二つを回答していたのが、事後では「時間」と「道のり」の二つを回答している。密度の問題(事後のみ)については、「かさ」と「重さ」の二つを回答している。

(2) 複合量の数値化に関して

速さと密度の第1, 2, 3用法を用いる問題を出題した。児童はそれぞれの問題に正答しており、第2, 3用法の問題については、第1用法を主格変換することによって式と答えを導くことが出来ていた。

さらに、教育実験で扱っていない濃度の問題を出題した。これは、提示された濃度の第1用法から第2, 3用法を導き、第2, 3用法を用いる問題である。第2,

もんだい⑩

例を参考にして、単位が「O/O」の形で表される量を自由に作りましょう。
また、その量を求める式と、量の意味の説明も書きましょう。

【例1】

量の名前： 針金の線密度

量の単位： g/cm

式： 針金の線密度 = 針金の重さ ÷ 針金の長さ

意味の説明： 針金のつまり具合、1cmあたりの針金の重さ

【例2】

量の名前： 放射線量

量の単位： マイクロシーベルト/時間

式： マイクロシーベルト/時間 = 被ばく量 ÷ 被ばく時間

意味の説明： 被ばくの大さき、1時間あたりの被ばく量

Fig.11 自分で新たな複合量を作り出し、その意味を説明する問題

3用法の両方について正答しており、速さ、密度の問題と同様に、第1用法を主格変換することによって問題を解くことが出来ていた。

また、自分で新たな複合量を作り出し、その意味を説明する問題を出題した(Fig.11)。児童は「車のこみ具合」を挙げ、その単位や第1用法、意味について説明することが出来ていた(Fig.12)。

(3) まとめ

事後調査の結果より、教育実験を通して、複合量を構成する量を現実から抽出できるようになったと考える。また、速さと密度の3用法については、それぞれの第1用法を理解し、第2、3用法についても自力で導けるようになったと考える。さらに、教育実験で扱っていない複合量についても第1用法から第2、3用法を導けるようになり、加えて自力で新たな複合量を考え出すことも出来ていたため、複合量の3用法を一般化して捉えることが出来るようになったようである。

【 単位が「〇/〇」の形で表される量 】

量の名前: 車のこみ具合

量の単位: 台数/m

式: 車のこみ具合 = 車の台数 / 長さ

意味の説明:

車のこみ具合、1mあたりの車の台数

Fig.12 Fig.11 の問題における、児童の回答

IV. おわりに

本稿では、初等教育段階における複合量の教育において、現在の教育における問題点とそれを打開できる必要な教育内容の一端について考察し、実際に教材を開発し、小学校高学年に対して教育実験を行うことからその妥当性を検証した。その結果、教育実験を行った児童は速さや密度を構成する量を抽出することや、複合量の3用法を一般化して捉えることが出来るようになったと考えられ、教育内容及び教材が問題点を打開する上で有効である可能性が認められた。

今後の課題としては、高学年を対象とした教育実験を随時行い、教育内容の一般性を高めることに加え、低、中学年を対象とした教育実験に向けて、指導展開や教材の開発を行っていくことが挙げられる。そして、それらの結果を踏まえ、小学校段階における複合量のカリキュラム開発、検証を行いたい。

謝辞：本稿を執筆するにあたり、研究室の先輩である小林宗明先生、学研教室大広田校の皆様には、大変お忙しい中、調査等のご協力をして頂きました。心より感謝致します。

引用・参考文献

- 浅岡吉宏(1986)「異種の2量の割合」の指導のキーポイント」, 横地清ほか監『量概念の芽生えと発展Ⅰ』, 算数・数学教育実践講座刊行会, 304-307
- 岩手県教育委員会(2006)『平成18年度学習定着度状況調査 指導資料』, 102-105
- 海後宗臣(1964)『日本教科書体系 近代編 第十三巻 算数(四)』, 講談社, 2-715
- 海後宗臣(1964)『日本教科書体系 近代編 第十四巻 算数(五)』, 講談社, 6-16

- 菊池乙夫・山岸雄策(1966)「量と比」, 横地清監『数学の授業計画』, 国土社, 28-40
- 菊池乙夫(2005)「割合 ; 部分率から各種倍率へ」, 横地清監, 中込雄治編『新教科書を補う算数科発展学習教科書 第3巻 第5学年編』, 明治図書, 49-74
- 国立教育政策研究所(2005)『TIMSS2003 算数・数学教育の国際比較』, ぎょうせい, 15-132
- 黒田恭史(2010)『初等算数科教育法』, ミネルヴァ書房, 72-91
- 守屋誠司(1998)「量とは何か」, 横地清監『新版 21世紀への学校数学の展望』, 誠文堂, 181-190
- 奥山賢一(2005)「複合量」, 横地清監, 山主富士彦・奥山賢一編『検定外学力をつける算数教科書第6巻 第6学年編』, 明治図書, 46-67
- 塩野直道他(1963)『小学新算数5年上』, 啓林館, 84-95
- 横地清(2005)『新教科書を補う発展学習教科書 第4巻 第6学年編』, 明治図書
- 渡邊伸樹(2005)「濃度から割合の3用法へ」, 横地清監, 中込雄治編『算数科の到達目標と学力保障第5巻』, 明治図書, 79-99
- 渡邊伸樹(2010)「小中連携を意識した代数カリキュラム開発のための基礎研究（その1）」, 数学教育学会『数学教育学会誌 2010/Vol.51/No.3・4』, 67-79
- 渡邊伸樹(2011)「小学校高学年における AbCD-math の実践にむけて」, 数学教育学会『2011年度 数学教育学会秋季例会 発表論文集』, 53-55
- 平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査, http://www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h15/index.htm