学校数学における“数学の文化史”に関する教材開発(その 2)

―赤道型日時計の設置―

渡邉伸樹

（京都教育大学　数学科）

Development of teaching materials concerning “Cultural History of Mathematics” in school mathematics education Ⅱ

－Positioning a equatorial sundial－

Nobuki WATANABE

2011 年 11 月 30 日受理

抄録：日時計は，学校数学において有用な教材になることは以前から指摘されている。実際に，いくつかの実践がなされ，その効果も明らかにされている。しかしながら，教材化は未だ不十分な現状といえ，新たな日時計の教材化が望まれている。そこで本研究では，子どもが，数学の観点はもちろんのこと，併せて“数学の文化史”の観点からも学習できる日時計の教材化を行おうと考える。本稿では，中学生を対象として，小学校で実践の有効性が認められた「赤道型日時計」の作製をさらに発展させ，その任意の設置まで行う教材を数学の系統をも意識して開発し実践を試みた。その結果，開発した教材の教育的な有効性が示唆された。

キーワード：赤道型日時計，数学の文化史，設置，移動

Ⅰ．はじめに

現在，学校数学では，子どもの学力の低下や数学離れといった実態より，数学的に興味深い実践が望まれ，教材開発が行われている。その一端として，数学と文化のつながりを意識した教材の開発も有効であることは指摘されているものの，実際の教材は少ないのが現状である。

数学と文化の関わりで，諸外国でもよく取り上げられる題材に“日時計”がある。海外では，教会などで昔から使用されたものが今でも現存し，日常に一体化し文化として定着しているものも少なくない(Fig.1-4)。現存している理由の一つは，日時計が数学の原理を使用した日常に役立つ正確な道具であり，歴史的な科学技術による作品だからだと考えられる。例えば，2008 年に行われた北京オリンピックの開会式では最初に古代の日時計が(中国の科学業績の紹介として)会場のスクリーンに映し出されたのは記憶に新しい(Fig.5)。

さて，この日時計の数学の教育実践は，すでにいくらかは行われており，その教育効果も述べられている。WATANABE(2000)では，小学校高学年に赤道型日時計の原理の理解と作製が可能であることが示唆され，渡邉(2001)では，中学校段階で地面水平型日時計の作製も可能であることが示唆されている。

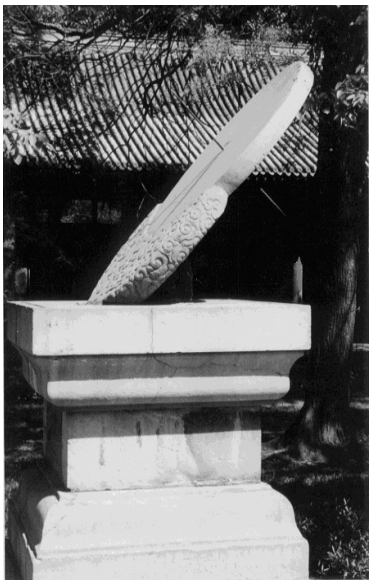


Fig.1：中国・北京市の国子監にある赤道型日時計



Fig.2：イタリア・フィレンツェのサンタ・マリア・ノヴェッラ教会の正面にある日時計（右は日時計の拡大写真）



Fig.3：イタリア・フィレンツェのヴェッキオ橋にある日時計（右は日時計の拡大写真）

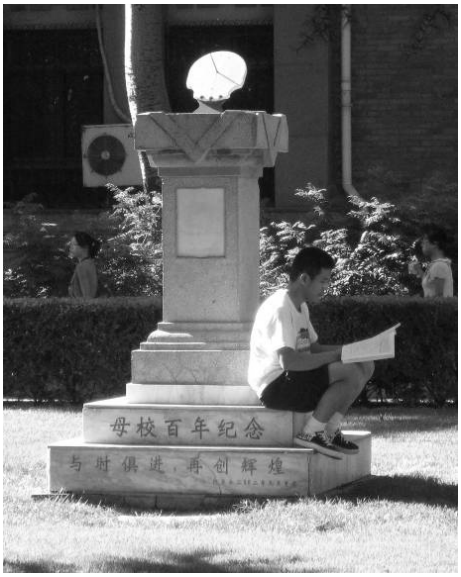


Fig.4：中国・北京師範大学の校内にある日時計



Fig.5：北京オリンピックの開会式の最初にスクリーンに映し出された日時計

これらの先行研究の課題として挙げられているのが，その学習内容の系統性である。それは，太陽光線を扱っているにもかかわらずアフィン幾何を意識するものではなかった点である。このことは，日時計の設置方法の問題点に表れている。従来の方法は，設置基準となる南北線を方位磁石で決定したり，影の長さの測定によって決定したりするものであり，複数の日時計を任意の場所に設置できるものではなかった。しかし，太陽光線が平行であることを利用すれば，決定された南北線を任意に平行移動することが可能となる，すなわちアフィン幾何を意識した内容となる。したがって，日時計の設置には，平行移動の学習が重要であるといえる。

この南北線の平行移動の学習では，平行四辺形の性質を活用することが考えられる。一般的に，図形学習では，その性質の理解の学習が主となり，それを活かすことがなく，子どもにとってはその学習価値に気づくことは少ない。このことが図形学習嫌いにつながっているという指摘もある。そこで，上述のように，図形の性質を活用することから，逆に図形の性質を理解することにもつながると考える。さらには，数学の学習価値をも理解することにつながり，そして，実際に作製して利用することから，数学の文化的価値をも理解できると考える。

そこで，本稿では，これらの内容を意識し，日時計の作製，及び南北線の任意の平行移動による日時計の設置に関する教育実践を試みることとした。

Ⅱ．赤道型日時計設置に関する教育実践について

1.“赤道型日時計作製・設置”に関する教育内容について

教育実践における教育内容は次のようである。作成したオリジナルテキストを元に以下に述べる。

(1)内容

①幾何の学習について（日常・社会に役立つ視点を考える。）

②赤道型日時計の原理の理解

・時刻とは何かを考える。

・日時計と数学について考える。

・地球と太陽の動きの関係について知る。

・太陽・地球の関係から赤道型日時計の数学的原理を理解する。

・赤道型日時計文字盤の仕組みを理解する。

③赤道型日時計の作製

・②の原理を利用し，実際に作製する。

④赤道型日時計の設置

・赤道型日時計の設置について考える。

・南北線の意味について考える。

・南北線の引き方について考える。

・南北線の平行移動*（平行四辺形の性質(対角線が中点で交わる)を使う）について考える。

*実践では，平行移動について，実際に紙面で考えた後，グラウンドで実際の活動を行いながら考えることとしている（紐１本を利用して平行移動を試みる)。

この教育の目標としては次のことが挙げられる。

・赤道型日時計の原理を理解できる。

（太陽と地球の関係，緯度・経度，赤道型日時計の仕組み，文字盤の仕組み等）

・赤道型日時計の設置方法を理解できる。

（設置方向，南北線，太陽光線(平行)，太陽光線と赤道型日時計の設置の関係，南北線の平行移動(平行四辺形の性質を利用）等）

・赤道型日時計を作製できる。

（作製原理を理解し作製する）

・赤道型日時計を設置できる。
（設置方法※を理解し設置する）
※実践では，南北線の決定方法について，横地(1981)の該当時刻における太陽の影の南北線からのずれ（偏角）の計算結果を参照し，求めることとした。
・数学の文化的価値を理解できる。

2. “赤道型日時計作製・設置”教育実践の実際

１の教育内容を，実際に中学校２年生を対象とし実践を試みた。対象生徒は，立命館宇治中学校２年生(33 名)であり，授業は 2006.10.12-10.17(全４回：４授業時間；１授業時間は 50 分)である。１～３回目（内容①～③）の授業は，数学担当教諭の寺本京未先生が授業を行い，４回目（内容④）の授業のみ渡邉が授業を行った。テキストはオリジナルのテキストを使用した(Fig.6)。生徒は，直前に平行四辺形の性質を学習したばかりである。なお，１～３回目の授業は教室，４回目の授業は，前半は教室で学習，後半はグラウンドでの学習とした。

（1） ４授業時間目の授業の実際

実際の４授業時間目の授業の実際は以下のようである。

①教室内の活動

1)太陽の影と南北線の関係の学習(Fig.7)

2)計算結果を利用した南北線の引き方の学習

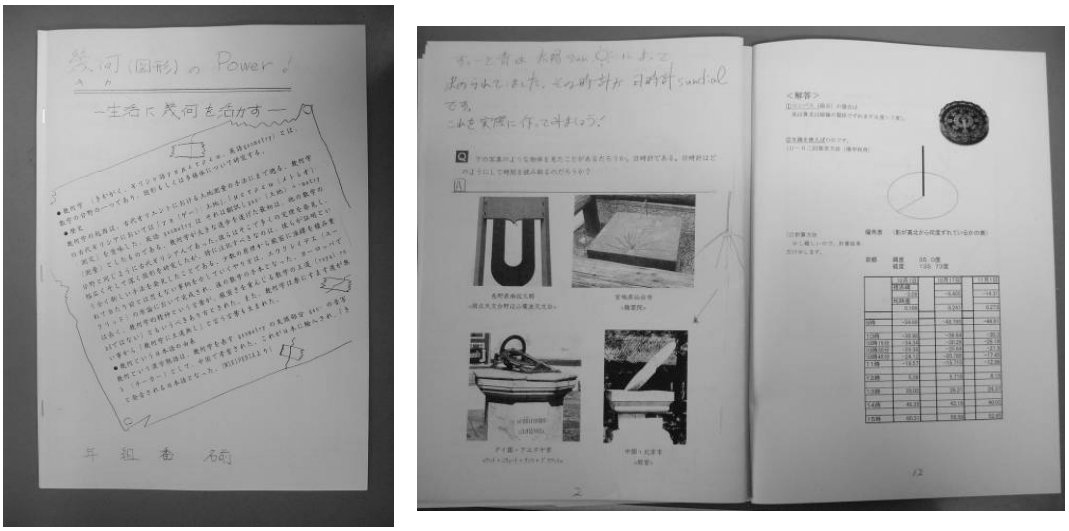


Fig.6：オリジナルテキスト

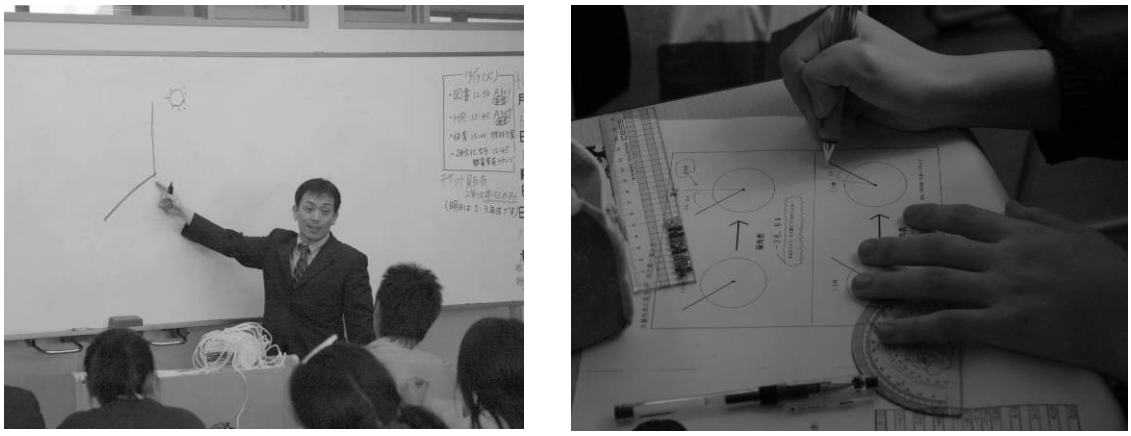


Fig.7：南北線の引き方の学習

②グラウンドでの活動
1)基準線から計算結果を利用し南北線を引く
2)南北線の平行移動を考える
3)南北線の平行移動の方法の説明を聞く(Fig.8)
4)実際に南北線を平行移動する(Fig.9)
5)時刻を確認する



Fig.8：平行移動の説明



Fig.9：各班で平行移動をする

以上の４回目の授業において，生徒は南北線を平行移動して日時計を設置することができた（１～３回目までの授業で，生徒は一人ずつその原理を理解し，日時計を作製している)。

全授業を終えた生徒に対し，４回目の授業の学習内容（線分の平行移動）についてのペーパーテストを行った。その結果，約８割の生徒が正答であり，平行四辺形の性質を利用した線分の平行移動に関する内容は実際の活動により，原理を理解できることが示唆された。また，授業に関する自由記述のアンケートも行った。その中では，「幾何の重要性」や，「日時計の必要性」に言及する生徒もみられ，実際に作製し活動することから，数学の文化的価値をも理解できる可能性があることが示唆された。

Ⅲ．おわりに

今回の授業実践では，数学的な目標として，特に太陽光線が平行であり，南北線を１本引けば，それを平行移動することにより，どこにでも作製した赤道型日時計が設置可能であることを理解できることとした。このことは，アフィン幾何につながる基本的な事項であり，また平行四辺形の性質を使うことから，図形の性質の意味を理解できるものである。もちろん，赤道型日時計の原理を理解するというのは大前提ではある。また，数学の文化的価値にまで生徒が視野を広げることができることをも目標とした。

実践の結果，次のことが示唆された。
・先行研究にも挙げられているが，赤道型日時計について中学生では３時間程度でその原理を理解できる。
・平行線の移動については，平行四辺形の性質を知っていても，活かすことはかなり困難であるが，活かす視点を獲得すれば，可能となる。すなわち，南北線の平行移動の平行四辺形の性質による理解は可能である。このことは，アフィン幾何にもつながる内容(太陽光線の影の平行の意味)を理解しているともいえる。
・併せて，数学の文化的価値や重要性については，実際に活動をすることから，生徒が実感できる可能性が認め

られる。

今後の課題としては次のことが挙げられる。1 授業時間(50 分)で，南北線の理解から平行移動までの学習を行ったため，生徒が充分に考える時間がとれなかったこと(最低 2 授業時間は必要と考える)，また，アフィン幾何につながる内容を豊富にする必要があること，さらには，幾何として性質を活かすような内容，すなわち幾何の体系を理解する内容を作成していくこと等である。また，数学の文化的価値を理解するには，この一つの題材だけでは不十分であると考えられるため，さらに他の題材を考え，実践を継続的に行う必要がある。

謝辞

立命館宇治中学校の寺本京未先生及び，該当クラスの中学生には大変御世話になりました。有り難うございました。

本研究は，科研費 23700955 及び 21500835 の助成を受けたものである。

引用・参考文献

荒川紘(1983)『日時計』，海鳴社

後藤晶男(1985)『世界の日時計』，豊住書店

橋本万平(1966)『日本の時刻制度』，塙書房

守屋誠司，丹洋一(2001)「幾何の公理と証明」，横地清監修『第二学年の「選択数学」』，明治図書，55-77

守屋誠司(2009)「林子平は塩竈神社の水平型日時計を考案したか？」，数学教育学会『数学教育学会誌 臨時増刊』，19-21

関口直甫(2001)『日時計』，恒星社厚生閣

丹洋一(2005)「「地球の数学」と絶対評価」，横地清監修『数学科の到達目標と学力保障第 1 巻』，明治図書，162-168

田中克(2002)「ドイツに伝達・赤道型日時計」，横地清監修『中学校数学＋総合学習 2 国際理解の展開』，明治図書，53-75

WATANABE　Nobuki(1999)*Learning of the "Geometry of the Globe"*，大阪教育大学「数学教育研究」第 **29** 号，125-129

WATANABE Nobuki(2000)*Learning of the sundial as the cultural history of mathematics*，Mathematics Society of Japan, etc.，Beijing Academy of Educational Sciences，120-123

渡邉伸樹(2001)「赤道型日時計から地面水平型日時計への拡張－小学校における活きた空間教育の実像を求めて－」，大阪教育大学『数学教育研究』第 30 号，109-121

渡邉伸樹(2005)「地球儀の数学・赤道型日時計」，横地清監修『算数科発展教科書　第３巻』，明治図書，118-136

渡邉伸樹(2006)「数学の文化史からみる日時計(その壱)」，数学教育学会『数学教育学会誌　臨時増刊』，164-166

渡邉伸樹(2007)「中学校における日時計の教育実践(その１)」，数学教育学会『数学教育学会　数学教育学会誌　臨時増刊』，198-200

渡邉伸樹(2011)「学校数学における“数学の文化史”に関する教材開発(その 1)」，京都教育大学附属教育実践総合センター『教育実践研究紀要』第 11 巻，41-47

横地清(1966)『父と子の数学』，三一書房，109-118

横地清(1981)「太陽と地球の幾何」，横地清編『数学教育学序説　下』，明治図書，64-103