

磁気圏からの外部電位による電離層電流

前 川 紘 一 郎

Electric Current Systems Caused by an
Externally Applied Potential to the Polar
Ionosphere: A Numerical Calculation

Koichiro MAEKAWA

Received October 30, 1972

序

地球磁場の日変化の原因は、主に電離層E領域を流れる電流系にあることが明らかにされている。即ち、19世紀後半、Stewart 等の起電力の誘導機構の提唱から始まり、Schuster の地磁気日変化のポテンシャル論による解析、電離層の発見を経て、Chapman 等により、地磁気日変化 (Solar quiet and lunar daily variation, 略して Sq 及び L 変化) 理論の体系が確立された。

この、いわゆる電離層風ダイナモ理論によれば^{1), 2)}、電流の起因となる起電力は、潮汐力あるいは太陽輻射による熱源等が原因となって、電離層領域のプラズマが地球磁場を横切って大規模な運動を行なうことにより誘導される。更に、電気伝導度が非一様性であるために分極電場が生じ、電流系は定常状態では電離層領域内で閉じている。そしてこの電流系は、中低緯度では、静穏時の地磁気日変化として古くから観測が行なわれている。しかし高緯度においては、地磁気上の特性から諸種の擾乱が加わるためその検出は困難であるが、高緯度領域へ滲透している部分は特に Sq^0 と表示されている。

極地域の電離層電流には、 Sq^0 電流系のほかに磁気圏に成因のある電流系 (DP) が、静穏時擾乱時を問わず重畳している。この発生機構は、太陽風のエネルギーが磁気圏との相互作用を通じて起電力を生じ、それが高電気伝導性の磁力線に沿って極域電離層へ運ばれるのであるから、太陽風ダイナモ (Solar Wind Dynamo) と呼ばれるべきものである³⁾。特に擾乱時に極域電離層電流に影響を及ぼすものとして、上記の磁気圏から伝播してくる起電力によるもののほか、異常電離による電気伝導度の増大、及び電離層風の変化を考慮に入れなければならない。

極地域に特有な磁場変動 (DP 電流系によるもの) は、主として二つの型に分類されている⁴⁾。DP-1 と DP-2 とである。前者はオーロラに伴って極光帯に現われるジェット電流 (Auroral Electrojet) によるもので、地磁気湾型変化 (Bay Disturbance), Polar Elementary Storm, Polar Magnetic Substorm 等の名で呼ばれている²⁾。また、極冠帯にある双極型の電

流渦に起因するのは後者の場合であり、極域の静穏時日変化 Sq^p、磁気嵐開始時の SC、SI 変化に見られる⁵⁾。

ここでは DP-2 型に属する電流系を調べるため、二次元の電離層に外部から正負の電気ポテンシャルの供給が(極に関して対称に)あるとき、即ち、磁気圏からの磁力線に沿った Field-aligned Current による電流の Source, Sink があるという想定の下に、電気伝導度が非等方的且つ一様な (Anisotropic and Uniform) 場合、非等方的且つ非一様な (Anisotropic and Non-uniform) 場合等について計算を行なった。電流密度 $\mathbf{J}$ が満たすべき条件 $\text{div } \mathbf{J}=0$ とオームの法則とから導かれる二階の偏微分方程式は、楕円型であるため、適当な境界条件の下で数値積分により解を得ることが可能である。

電気伝導度とオームの法則

弱電離プラズマの電気伝導度は、磁場の存在の下では異方性を示す。以下では、Baker and Martyn の論文に従って述べる⁶⁾。電場 $\mathbf{E}$ を磁場 $\mathbf{H}$ に平行な成分 $\mathbf{E}_{\parallel}$ と垂直な成分 $\mathbf{E}_{\perp}$ に分ける。均一磁場内での電場 $\mathbf{E}$ による電流 $\mathbf{J}$ は、オームの法則で与えられる。即ち、

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \mathbf{E}_{\parallel} + \sigma_1 \mathbf{E}_{\perp} + \sigma_2 \left(\frac{\mathbf{H} \times \mathbf{E}}{H} \right) \quad (1)$$

$\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$ は、それぞれ Longitudinal, Pedersen, Hall Conductivity を表わし、次式のように定義されている。

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= Ne^2 \left(\frac{1}{m_e \nu_e} + \frac{1}{m_i \nu_i} \right) \\ \sigma_1 &= Ne^2 \left\{ \frac{\nu_e}{m_e (\omega_e^2 + \nu_e^2)} + \frac{\nu_i}{m_i (\omega_i^2 + \nu_i^2)} \right\} \\ \sigma_2 &= Ne^2 \left\{ \frac{\omega_e}{m_e (\omega_e^2 + \nu_e^2)} - \frac{\omega_i}{m_i (\omega_i^2 + \nu_i^2)} \right\} \end{aligned}$$

ここでは、無限容積の電離気体が想定されており、 N は 1 cm^3 内にある電子数あるいは正イオン数であり、電離層 E 領域においては中性粒子数の $1/10^9$ 程度である。また、 $m_{e,i}$ は電子あるいはイオンの質量、 e は電子の電荷量、 $\nu_{e,i}$ は電子あるいはイオンの、中性粒子との衝突周波数、 H は磁場の強さを表わし、 $\omega_{e,i} = He/m_{e,i}$ である。

今、電離層を球殻状の導体 (高さ 90-150 km, 厚さ $h=60 \text{ km}$) とすると、その厚さは水平方向の広がり比べて十分薄いものと見做せる。電離層内に水平に x - y 平面をとり、 x -, y -, z -軸の方向を、それぞれ南向き (磁力線に沿って)、東向き、鉛直上方に一致させる (第1図)。この時、(1)式は次のように表わすことができる。

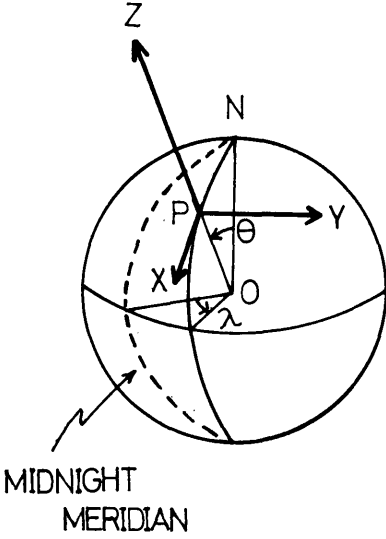
$$\begin{aligned} \mathbf{J}_x &= (\sigma_0 \cos^2 \chi + \sigma_1 \sin^2 \chi) \mathbf{E}_x + \sigma_2 \mathbf{E}_y \sin \chi + (\sigma_0 - \sigma_1) \mathbf{E}_z \cos \chi \sin \chi \\ \mathbf{J}_y &= \sigma_1 \mathbf{E}_y - \sigma_2 (\mathbf{E}_x \sin \chi - \mathbf{E}_z \cos \chi) \\ \mathbf{J}_z &= (\sigma_0 - \sigma_1) \mathbf{E}_x \cos \chi \sin \chi - \sigma_2 \mathbf{E}_y \cos \chi + (\sigma_0 \sin^2 \chi + \sigma_1 \cos^2 \chi) \mathbf{E}_z \end{aligned} \quad (2)$$

χ は Dip Angle である。

電流は球殻内で流れているので、電離層に垂直な電流成分 $\mathbf{J}_z=0$ を仮定すると、

$$\mathbf{E}_z = \{ \sigma_2 \mathbf{E}_y \cos \chi - (\sigma_0 - \sigma_1) \mathbf{E}_x \cos \chi \sin \chi \} / (\sigma_0 \sin^2 \chi + \sigma_1 \cos^2 \chi)$$

従って、(2)式は、



第1図 座標系

$$J_x = \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y \quad (3)$$

$$J_y = -\sigma_{xy} E_x + \sigma_{yy} E_y$$

となる。

ここで,

$$\sigma_{xx} = \sigma_0 \sigma_1 / (\sigma_0 \sin^2 \chi + \sigma_1 \cos^2 \chi)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_0 \sigma_2 \sin \chi / (\sigma_0 \sin^2 \chi + \sigma_1 \cos^2 \chi)$$

$$\sigma_{yy} = \{ \sigma_1 \sigma_0 \sin^2 \chi + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \cos^2 \chi \} / (\sigma_0 \sin^2 \chi + \sigma_1 \cos^2 \chi)$$

更に, 高さ z 方向には電場の勾配がないとすると, Height-integrated Conductivity $\Sigma (= \int^h \sigma dh)$ を用いて, (3)式は,

$$\begin{aligned} I_x &= \int^h J_x dh = \int^h \sigma_{xx} dh E_x + \int^h \sigma_{xy} dh E_y \\ &\equiv \Sigma_{xx} E_x + \Sigma_{xy} E_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_y &= \int^h J_y dh = -\int^h \sigma_{xy} dh E_x + \int^h \sigma_{yy} dh E_y \\ &\equiv -\Sigma_{xy} E_x + \Sigma_{yy} E_y \end{aligned} \quad (4)$$

上式を書きかえると

$$\mathbf{I} = [\Sigma] \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$[\Sigma] = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} \\ -\Sigma_{xy} & \Sigma_{yy} \end{pmatrix}$$

以上のようにして, 電離層内の電流分布を二次元の問題として取り扱うことができる。

電離層電流の基礎方程式

電離層領域で, ダイナモ電場 $\mathbf{E}_d$ のほかに何らかの外部静電場 $\mathbf{E}_0$ が印加されたという一般的な場合を考える。このとき, オームの法則は(5)式より,

$$\mathbf{I} = [\Sigma] \mathbf{E} \quad (6)$$

電場 $\mathbf{E}$ は, 全外部電場 ($\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_d$) と同一のものではなく $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_s$ である。ここで, ダイナモ電場は $\mathbf{E}_d = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ (e. m. u.) であり, $\mathbf{B}$ は地球の磁場, $\mathbf{v}$ は電離層媒質の質量中心の速度を表わすが, 近似的には中性大気の数密度に等しい¹⁾。 $\mathbf{E}_s$ は, 電気伝導度の非一様性のため電荷が移動する結果生じる分極静電場であり, 静電ポテンシャル S から導かれる。

$$\mathbf{E}_s = -\text{grad } S \quad (7)$$

変位電流を無視することができる準定常状態では, Height-integrated Current Density $\mathbf{I}$ は, Source, Sink を除く領域で,

$$\text{div } \mathbf{I} = \text{div} \{ [\Sigma] (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_s) \} = 0 \quad (8)$$

を満たさなければならない。

ここで, $[\Sigma]$, $\mathbf{E}_0$ 及び $\mathbf{E}_d$ を既知とすると, これらから未知量 $\mathbf{E}_s$ を求めることができる。(8)式は球面上では, $(\theta$ を余緯度, λ を経度方向の方位角とし, Midnight-meridian を $\lambda=0$ とする)

$$\operatorname{div} \mathbf{I} = \frac{\partial}{\partial \theta} (I_x \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \lambda} I_y = 0$$

となる。

(6)(7)(8)式より次の式を得る⁷⁾。

$$\alpha \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} + \beta \frac{\partial^2 S}{\partial \lambda^2} + \gamma \frac{\partial S}{\partial \theta} + \delta \frac{\partial S}{\partial \lambda} = \epsilon$$

あるいは、

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} + A \frac{\partial^2 S}{\partial \lambda^2} + B \frac{\partial S}{\partial \theta} + C \frac{\partial S}{\partial \lambda} = D \quad (9)$$

ここで、

$$\alpha = K_{xx} \sin \theta$$

$$\beta = K_{yy} / \sin \theta$$

$$\gamma = \partial \alpha / \partial \theta - \partial K_{xy} / \partial \lambda$$

$$\delta = \partial K_{xy} / \partial \theta + \partial K_{yy} / (\sin \theta \partial \lambda)$$

$$\epsilon = \partial F_x / \partial \theta + \partial F_y / \partial \lambda$$

$$F_x = a \sin \theta \{ K_{xx} (\mathbf{E}_{0x} + \mathbf{E}_{dx}) + K_{xy} (\mathbf{E}_{0y} + \mathbf{E}_{dy}) \}$$

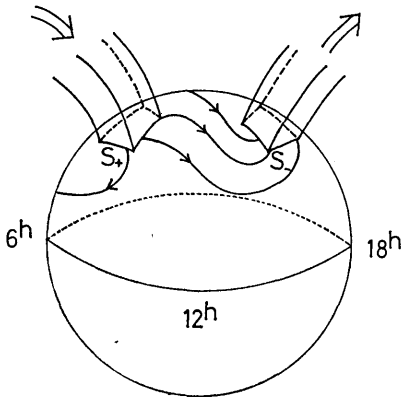
$$F_y = a \{ -K_{xy} (\mathbf{E}_{0x} + \mathbf{E}_{dx}) + K_{yy} (\mathbf{E}_{0y} + \mathbf{E}_{dy}) \}$$

$$A = \beta / \alpha, B = \gamma / \alpha, C = \delta / \alpha, D = \epsilon / \alpha$$

a は電離層の地球中心からの距離である。 S は分極電場 $\mathbf{E}_s$ の静電ポテンシャルを表わすが、外部電場 $\mathbf{E}_0$ も静電ポテンシャルから導かれることを考慮に入れ、ここで、改めて $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s = -\operatorname{grad} S$ とおく。そして F_x, F_y の代りに、 $F_x = a \sin \theta (K_{xx} \mathbf{E}_{dx} + K_{xy} \mathbf{E}_{dy})$, $F_y = a (-K_{xy} \mathbf{E}_{dx} + K_{yy} \mathbf{E}_{dy})$ とすれば、この後も(9)式がそのまま成立する。

(9)式は楕円型の二階偏微分方程式であり、係数 A, B, C, D はそれぞれ位置の各点で数値として与える。

磁気圏—電離層電流系とその境界条件



第2図 Field-aligned Current による電離層電流モデル

磁気圏からの外部電流による電流系を求めるため、次のような磁気圏—電離層電流系モデルを仮定する(第2図)。磁気圏内のプラズマの大規模な運動によって生じた起電力は、高電気伝導性の磁力線に沿って、いわゆる Field-aligned Current として極域電離層へ伝播される。更に、この結果電離層内を流れる電流系を考慮すると、磁気圏起源の電流は閉じた回路を成している。特に電離層内では、電流は Source から Sink へ Pedersen Conductivity によって流れるほか、電場 $\mathbf{E}$ と磁場 $\mathbf{H}$ に直角方向に Hall 電流が存在する。

使用した電離層モデルは、次表のような特性を

もつ。

計算例	電気伝導度の性質	電 気 伝 導 度 (e. m. u.)	source 及び sink の領域
II-1	等方且つ一様	$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = 3.0 \times 10^{-9}$ $\Sigma_{xy} = 0$	source ;
II-2	非等方且つ一様	$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = \Sigma_{xy} = 3.0 \times 10^{-9}$	$15.0^\circ \leq \theta \leq 25.0^\circ$
II-3		$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = 3.0 \times 10^{-9}$ $\Sigma_{xy} = 9.0 \times 10^{-9}$	$67.5^\circ \leq \lambda \leq 112.5^\circ$ sink ;
II-4	非等方且つ非一様 (一部)	$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = 4.0 \times 10^{-9}$ $\Sigma_{xy} = 1.3 \times 10^{-8}$ ($0.0^\circ \leq \theta \leq 20.0^\circ$)	$15.0^\circ \leq \theta \leq 25.0^\circ$
		$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = 8.0 \times 10^{-9}$ $\Sigma_{xy} = 2.6 \times 10^{-8}$ ($22.5^\circ \leq \theta \leq 27.5^\circ$)	$247.5^\circ \leq \lambda \leq 292.5^\circ$
		$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = 7.0 \times 10^{-9}$ $\Sigma_{xy} = 2.0 \times 10^{-8}$ ($30.0^\circ \leq \theta \leq 90.0^\circ$)	
II-3*	source, sink の領域の大きさが異なること以外, II-3 と同じ		source ; $17.5^\circ \leq \theta \leq 22.5^\circ$ $75.0^\circ \leq \lambda \leq 105.0^\circ$ sink ; $17.5^\circ \leq \theta \leq 22.5^\circ$ $255.0^\circ \leq \lambda \leq 285.0^\circ$

次に、積分領域の各境界のうち、まず電流の Source (Sink) の周囲での電位の満たす条件を求める。Source (Sink) での電流の流出入量 $\pm I_0$ が与えられれば、これから Source (Sink) の電位 $S_{\pm}$ が規定される⁸⁾。即ち、

$$\oint j_{0n} ds = -\Sigma_p \oint \frac{dS_{\pm}}{dr} ds = \pm I_0 \quad (10)$$

但し、積分は Source (Sink) のまわりで行なう。

Σ_p ; Height-integrated Pedersen Conductivity

j_{0n} ; Source (Sink) の電流密度 j_0 の積分路に垂直な成分

r ; Source (Sink) の中心からの極半径

(10)式より、Source 及び Sink の周囲における電位 $S_{\pm}$ に対して

$$S_{\pm} = \pm I_0 \ln r / 2\pi \Sigma_p + \text{const}$$

を得る。

これらのほか、境界条件として次のものを満たさなければならない⁷⁾。

極; $S=0$

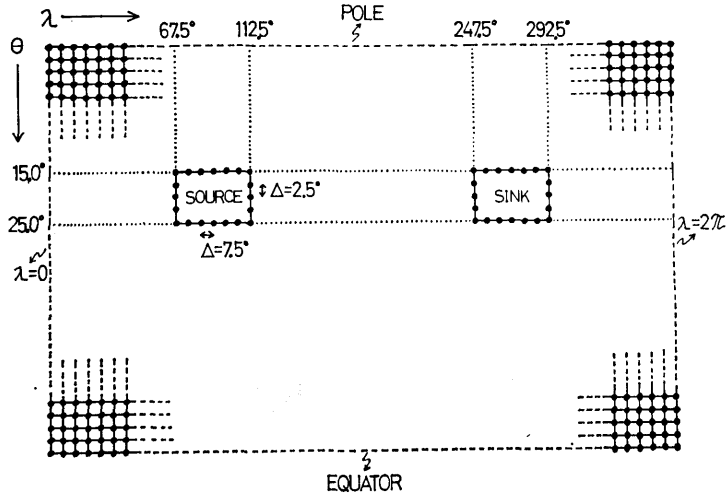
赤道; $\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0$

$S(\lambda=0) = S(\lambda=2\pi)$

これまでの議論では、分極電荷の集積は、外部電場が印加された直後、即座に起こると仮定してきた。この仮定が成り立つためには、Boström によれば、電離層は磁気圏とは電氣的に隔離されていることが必要である。しかしながら、このことは、分極電荷が蓄積される場所を通る磁力線が、閉じておれば十分であることが明らかにされている⁴⁾。磁力線の共役点 (Conjugate Point) で同符号の分極電荷が蓄積するため電荷が消散しないからである。磁力線が開いている場合には、電荷は地球外空間へ消散する可能性があり、分極電場は生じないであろう。このときの取り扱いとしては、電離層内に更に Source 及び Sink を付加しなければならない。

計算結果と考察

定常電流系が満たす(9)式の解を得るため、北半球の電離層領域を対象にして、前記の境界条件の下で数値積分を行なった。第3図に示してあるように、Source, Sink の領域は、それぞれ

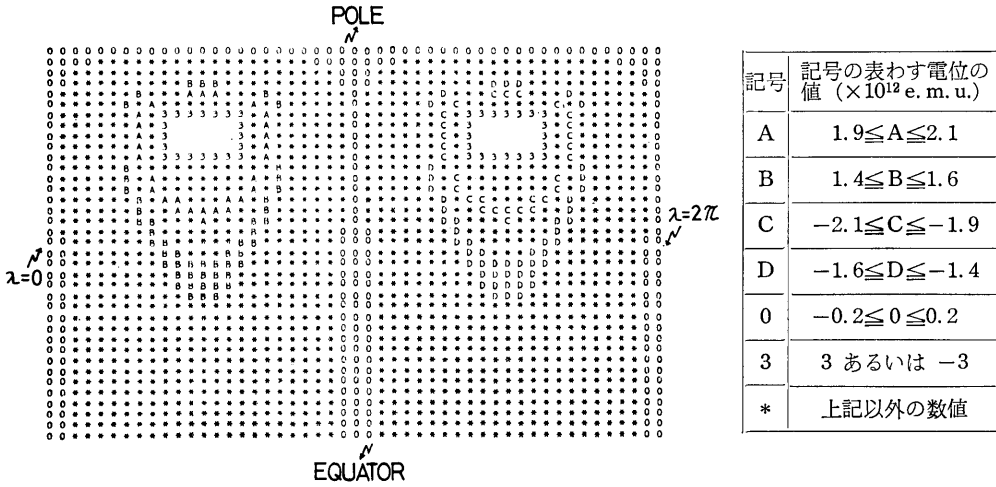


第3図 格子点によって分割された積分領域（北半球電離層）

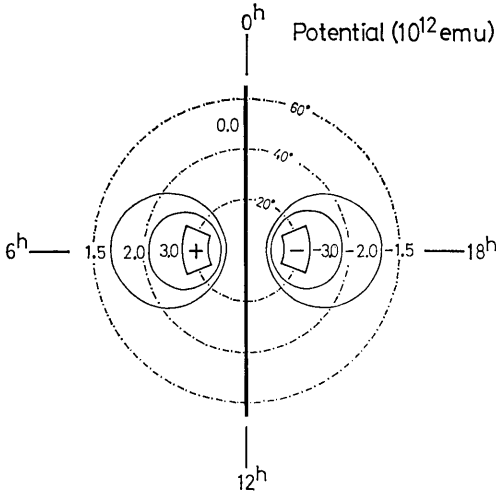
$15.0^\circ \leq \theta \leq 25.0^\circ$, $67.5^\circ \leq \lambda \leq 112.5^\circ$ 及び $15.0^\circ \leq \theta \leq 25.0^\circ$, $247.5^\circ \leq \lambda \leq 292.5^\circ$ の範囲内にあり、その境界線上で電位 $S \pm = \pm 3.0 \times 10^{12}$ (e. m. u.) $= \pm 30$ kV (M. K. S.) を与える。これは電流量としては約 5×10^5 amp に相当する。Source, Sink を除いた全領域は、南北方向 2.5° 、東西方向は 7.5° 間隔の格子点で覆われている。これらの各格子点上で、方程式(9)式を差分方程式に置き換え、逐次式加速緩和法 (Extrapolated Liebmann Method) により数値解を求める^{9), 10)}。(なお電気伝導度等のパラメータの偏微分量は、間隔の更に狭い格子点を用いて計算されている) 今回は、ダイナモ電場及び電気伝導度の局所的な異常増加については考慮に入れず、外部電流のみに起因する電流系の計算を行なった。

II-1, -2, -3 型

プログラムのテスト・ランとして、まず簡単な場合について解（電位） S を求めた。II-1, -2, -3 型の場合、各々の電位分布は全く同一の分布状態を示す。なぜならば、以上の三例については(9)式の係数 A, B, C, D が一致するからである。また、これらの場合、分極電荷の蓄積は起こらない。第4図にその結果を示す。(a)図は計算機の文字出力によって電位分布を書かせたものである。文字が連続していない所が見られるが、これは、それらの格子点での電位の値がその文字の表わす範囲に含まれていないためである。(b)図は極座標図上に描いたものである。図が示すように、電位分布は Noon-midnight Meridian に関して対称になっており、またそれがゼロ電位線になっている。このことは、正負電極の対称性と電気伝導度の一様性から明らかである。



第4図 (a)

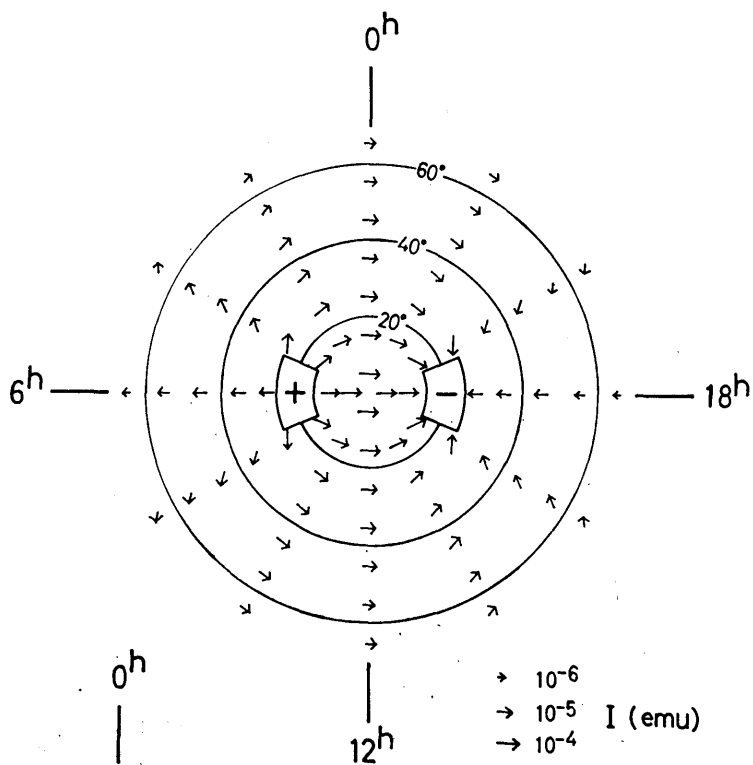


第4図 (b) II-1, -2, -3 型の電位分布

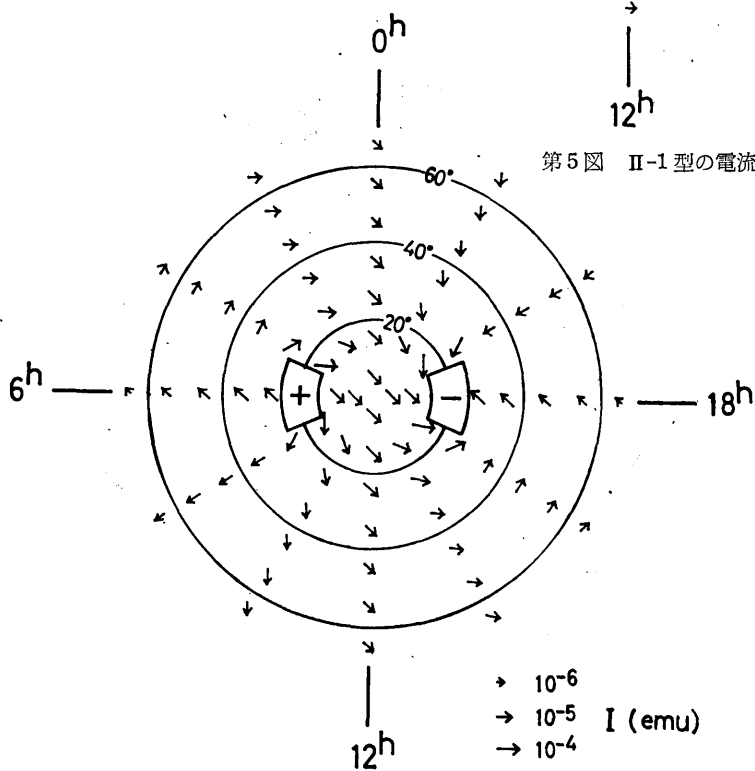
電流密度分布については、それぞれ第5図、6図、7図に示す。図中の矢印は、Height-integrated Current Density の方向とその大きさ (log scale) を表わしている。電流の方向は、II-1型では、Hall Conductivity が存在しないため電場の方向と一致している。従って、Noon-midnight Meridian では、電流はこれと直角方向に流れている。外部電位が与えられている電極付近では、電流の方向がその境界に直角になっていない所があるが、これは境界線の曲率が変化している付近である。

II-3型では、II-2型よりも Hall Conductivity が大きいので、電流の方向は等電位線と平行な方向に更に近づく。極冠帯では、このため電流は Noon-midnight Meridian にほぼ平行に流れている。

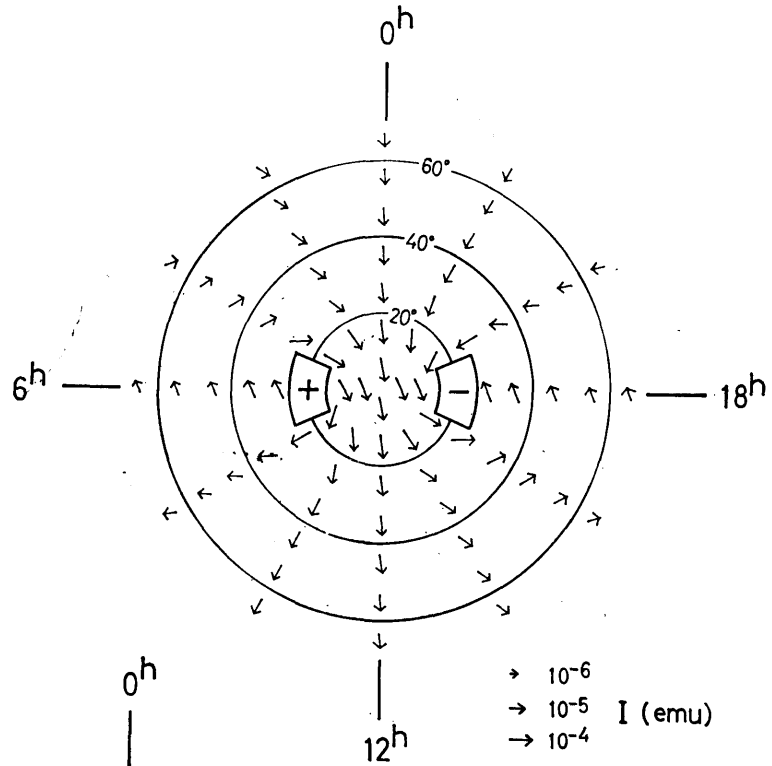
II-3*型の電流分布では(第8図)、II-3型と異なる電流方向が見られるのは外部電極の近傍、特にその曲率の大きい所のみで、それ以外の領域では両者はほぼ完全に一致している。このことから、電位の印加領域の変化が電流分布に与える影響は、電極近くを除き、その規模の大小によってほとんど変わらないことがわかる。



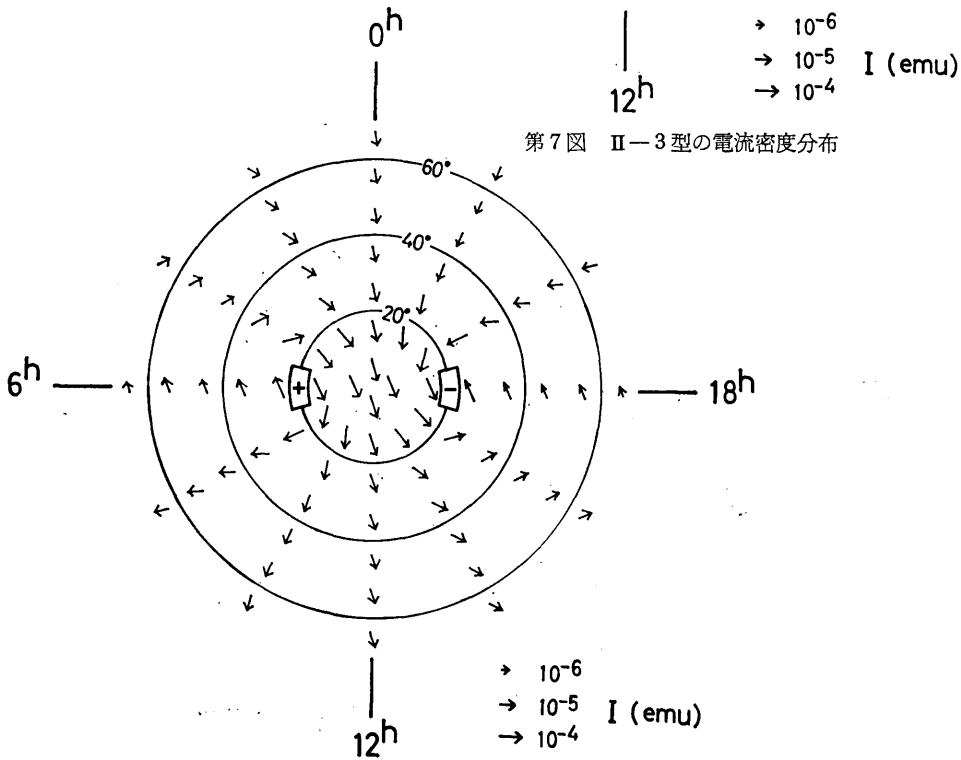
第5図 II-1型の電流密度分布



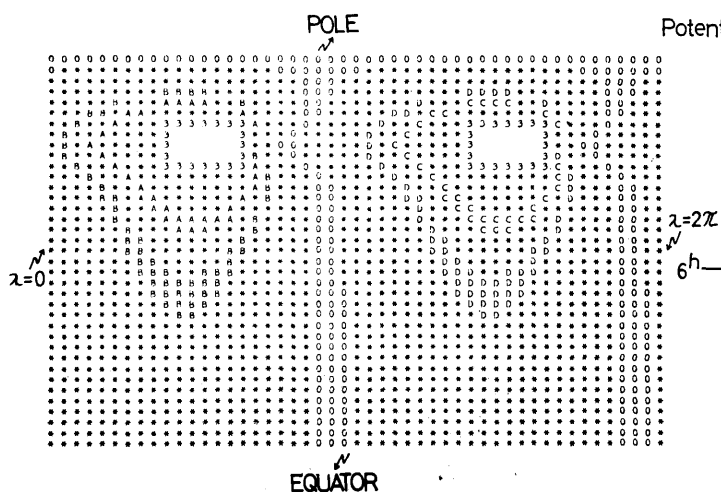
第6図 II-2型の電流密度分布



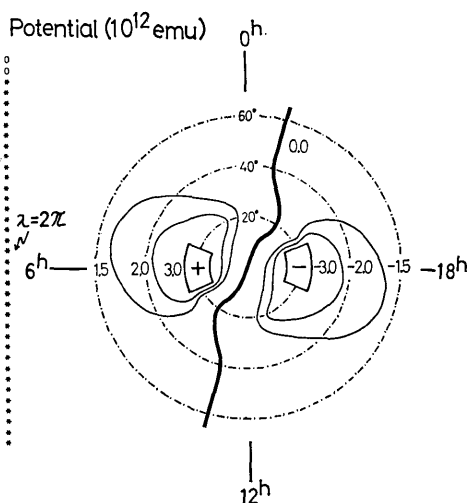
第7図 II-3型の電流密度分布



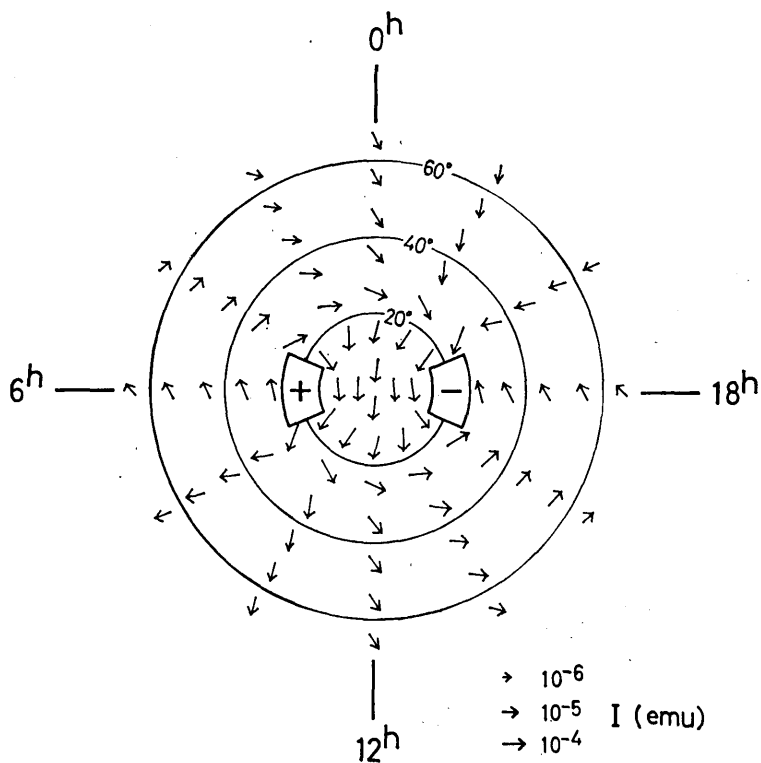
第8図 II-3*型の電流密度分布



第9図 (a) (記号の意味は第4図 (a) と同じ)



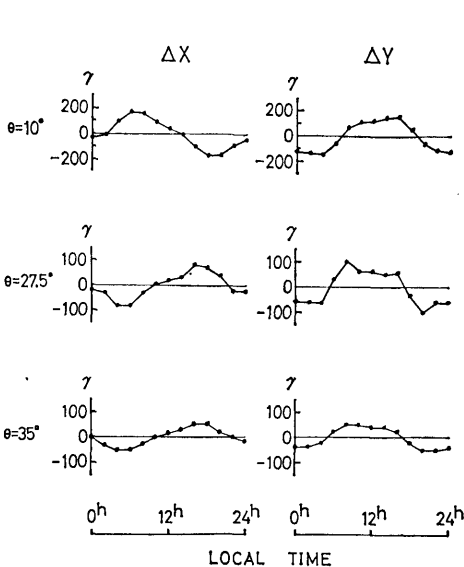
第9図 (b) II-4型の電位分布



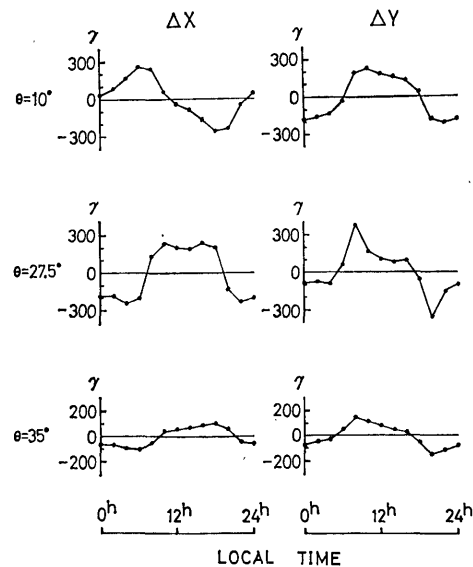
第10図 II-4型の電流密度分布

II-4 型

非一様性の電気伝導度の下では, $\text{grad } \sigma_1, \text{grad } \sigma_2 \neq 0$ の所で分極電荷が生じる⁴⁾。それが正電荷ならば電位が高くなり, 負電荷ならば逆に低くなる。このようなことから, 全体としての電位及び電流分布は一様な電気伝導度の場合に比べて異なった形になってくる(第9図, 10図)。ゼロの等電位線が Noon-midnight Meridian に平行ではなくなり, 中低緯度では 11^h-23^h Meridian にほぼ平行になっている。電流の方向については, 極の近くでは Noon-midnight Meridian に平行であるが, オーロラ帯付近では平行からのずれは大きくなり, 場所によってその方向が著しく変化している。また, 電流密度の大きさは, 電気伝導度の高いオーロラ帯内部で最も大きな値を示し, オーロラジェット電流が存在している。その外側ではいずれの側でも, より小さな値であり, しかもオーロラ帯の近くほどその傾向が顕著である。電流値は, オーロラ帯の外側 $\pm 2.5^\circ$ の緯度線上では, 同一経度上で比べて内部の電流密度の $1/2 \sim 1/3$ の範囲内にある。しかし, 中低緯度においては, II-2, -3 型と比較して著しい相違は見られない。このような II-4 型の特長は, 磁場変化としては, オーロラ帯での変化量の増大をもたらし, 位相を進行させることがわかる(第11図, 12図)。



第11図 II-3 型による地球表面での磁場変化
(ΔX は北向き成分, ΔY は東向き成分)



第12図 II-4 型による地球表面での磁場変化
(ΔX は北向き成分, ΔY は東向き成分)

II-2, -3, -4 型に類似した事例について, 既に Iwasaki and Nishida によって解析解が得られている¹¹⁾。かれらの結果と比較してみると, 中高緯度において, 両者の間には全体として非常に一致が見られる。このことは, 緩和法で用いられた格子点の間隔が十分小さく, 収束のための条件を満たしていることを意味する。

次のステップとして, ダイナモ電場を加え更に電気伝導度分布の一般化と局部増大を, 計算プログラムに入れることは比較的容易であるので, そのような事例について検討中である。

謝辞

京都大学理学部前田坦教授には、終始御指導と御助言を受けた。ここに改めて、厚くお礼を申しあげたい。

数値計算については、京都大学大型計算機センター内 FACOM 230—60 の使用により行なった。なお、本稿の一部は日本地球電磁気学会第48回講演会にて発表済のものである。

参考文献

- 1) Maeda, K. and S. Kato, *Space Sci. Rev.*, **5**, 57 (1966).
- 2) Maeda, H., *Space Sci. Rev.*, **8**, 555 (1968).
- 3) Maeda, H., *J. Geomag. Geoelect.*, **18**, 173 (1966).
- 4) Obayashi, T. and A. Nishida, *Space Sci. Rev.*, **8**, 3 (1968).
- 5) Nagata, T., *Planet. Space Sci.*, **11**, 1395 (1963).
- 6) Baker, W. G. and D. F. Martyn, *Phil. Trans. A*, **246**, 281 (1953).
- 7) Maeda, H. and H. Murata, *J. Geophys. Res.*, **73**, 1077 (1968).
- 8) Landau, L. D. and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, Addison-Wesley (1960).
- 9) Collatz, L., *The Numerical Treatment of Differential Equations*, Springer (1960).
- 10) McCracken, D. D. and W. S. Dorn, *Numerical Methods and Fortran Programming*, Wiley (1964).
- 11) Iwasaki, N. and A. Nishida, *Rep. Ionos. Space Res. Japan*, **21**, 17 (1967).

Summary

A numerical experiment has been carried out by using a two-dimensional model ionosphere with anisotropic and non-uniform conductivity to obtain the distribution of current flow when an external electric potential is applied to it anti-symmetric with respect to the noon-midnight meridian. In the steady state, the height-integrated current density, J , must satisfy the condition $\text{div } J=0$ except for the source and sink. Combining this equation and Ohm's law, we obtain an elliptic partial differential equation which has been solved numerically under appropriate boundary conditions by using the method of successive over-relaxation.

The numerical solutions presented here were solved on a 37 by 49 grid mesh (1813 points) and the iteration was stopped when the largest difference found anywhere in the mesh between two successive iterations changed by less than 0.01 per cent. If the process has not converged, the whole iteration scheme is repeated.

It is shown that in the case of non-uniform conductivity the intensity of the electric current is increased in a narrow band along the auroral zone, indicating the existence of an auroral electrojet. For another case in which electrodes have smaller dimensions, the solution does not change significantly except in the vicinity of the electrodes.

The results of the iterative method are in excellent agreement with those of the analytical solution of the similar problem considered by Iwasaki and Nishida. This indicates that the step size adopted in the iterative method has been chosen sufficiently small and that the partial differential equation used satisfied the appropriate conditions for convergence. The agreement between them also gives some reason for confidence in the calculation of the field for a more realistic ionospheric model.